

44 2 3 4 2 0 2

اصول علم ہندسہ

معروف بہ

تحریر اقلیدس

شرح مقالہ اول و دوم و سوم و چہارم

بواسطہ علی تازیانی اقلیدس سنہ ۱۸۷۵ء بمطبع مدرسہ امیرکبیر لاہور

اردو میں ترجمہ کیا

تیسری دفعہ صحیح ہو کر

۱۸۷۵ء

تقریبی طور پر مین بائیں ہام حاجی عزیز الدین کے

حواشی مقالہ اول

اصول علم ہندسہ اقلیدس معروف تحریر اقلیدس

اصول جمع اصل معنی پنج بن و ترا جس انگریزی لفظ کا ترجمہ یہ ہے اسکی معنی اس محل پر
مبادی علم کے ہیں

علم اصطلاح میں ان قسم شیا کو کہتے ہیں جو عقل میں آتی ہیں
ہندسہ معرب اندازہ کا ہے جسکے معنی پیمائش کے ہیں مگر یہ ترجمہ جو ٹرمی کا ہے جو دو انالی لفظوں
مربط ہے اور انکا اطلاق ترجمہ پیمائش میں ہے سلسلہ اصل معنی کا تو قصداً یہ تھا کہ اس فن کو کہتے
جسمین زمین کی پیمائش کا بیان ہوتا مگر اب اس علم کو کہتے ہیں جسمین مقادیر مضلہ خطوط سطح
و جسمان کی پیمائش سمجھ کر کجانی اور اوہمین و ناک احکام اور بتوں اور تعلقات کا بیان ہو
اقلیدس نام ایک حکیم کا ہے جسکا مولد تحقیق نہیں معلوم ہوا اسکذریہ کورسہ میں اوسے
تعلیم پائی تھی اور فلاطون کو فرما کا طالب علم تھا ۳۲۳ء تا ۳۱۲ء مسیح حضرت عیسٰی کو درسا وہ ہند
اور سنسے اس علم کی ایسی ترتیب دی اور تہذیب کی اور کلام ہی علم ہندسہ کا دوسرا نام ہو گیا اور اقلیدس
ہندسہ بمعنی ہو گیا اسکی تصنیفات کے علاوہ کتاب کے اور بہت سی کتابیں مثلاً معطیات اور قلیدیں اور
رسالہ میں ہمیں کلام ہی کے آیا وہ مصنف اس کتاب کا ہے یا مولف غالباً یہی ہے کہ اسے وہ ب
اشکال ہندسہ جو اوقات تکالیف ہونی تھیں جمع کیں اور بہت سی شکلیں اپنی فکر
و وقت سے ایجاد کر کے شامل کیں اور سنسے تیرہ مقالہ لکھے ہیں جنہیں سے نو میں غلط و
سطح و اجسام کا ذکر کیا ہے اور چار میں خواص اعداد بیان کئے ہیں اور وہ حکمت بیان کی
جسے یہ اعداد غلط و غیرہ کی پیمائش کے کام میں آسکتی ہیں اور بعد ازان اور مقالہ اوسپر

مزید ہو بعض اشیاء کی سیکی طرف منسوب ہن اولیاد ہن و اس علم کی ترقی و تہر کا حال
اتنا بڑا ہے کہ اوسکے لکھنے کے لئے ایک جلد کتاب چاہئے اسلئے فقط اس مختصر حال پر
اکتفا کرتے ہین کہ نہ اولیاد ہن حبیباً کوئی مدون ہن علم کا اس حدت دراز ہن پیدا ہو اور
نہ کوئی کتاب ہن علم کی ایسی تصنیف ہوئی کہ اوسکی کتاب سے ہم باہر ہوتی
تحریر اولیاد ہن اس ترجمہ کا نام ہن جو محقق طوسی عمری زبان ہن لکھا ہن اسی نام سے
یہ کتاب مشہور ہو رہی ہے اور ہر ترجمہ کو تحریر اولیاد ہن کہنے لگے ہین

حدود

حدود دو جمع حد اور حد ایک قسم معروف کی ہے حسین تعریف کسی شے کی ذاتیات سے
کیجاتی ہے اور تعریف سے دو باتین مقصود ہوتی ہین کہ شے کی ذاتیات پر مطلع ہونا
یا جمع اعیان سے اوس شے کا ممتاز ہونا جس انگریزی لفظ کا یہ ترجمہ ہے اوسکے معنی
یہ ہین کہ الفاظ یا اصطلاحوں کے معنی اسطرح بیان کریں کہ جو مصداق اولیاد الفاظ کا
ہو وہ سمجھ ہین آئے یعنی کسی شے کی خاصیتوں کا بیان مختصراً کیا ہو کہ اوسو ہی
سمجھ ہین آتی ہو

حکما و قدیم نے علم ہندسہ کی تعریف اسطرح کی ہے کہ وہ علم ریاضی کی فرع ہے اور علم ریاضی علم
حکمت نظری کی فرع ہے اور حکمت نظری حکمت کی ایک شاخ ہے اور حکمت اس کا نام ہے
کہ حقیقت اشیاء اسطرح کہ وہ لفظاً الامر ہن بقدر طاقت بشری معلوم کی جائیں اور اوس
تین قسمین کی ہین جنہن سے ایک ریاضی ہے حسین ادن امور سے بحث کی جاتی ہے
کہ وجود خارجی ہن تو مادہ کے محتاج ہون مگر تصور عقلی ہن محتاج مادہ کے نہ ہون
یہ علم حکمت نظری کی فرع ہن سے ایک فرع نہایت کامل ہے اور اوسکی بربادی وہ
یقینات ہن جو تجربات اور مشاہدات ہی سے قرار ہوتی ہین اولیات اس علم کی ایسی قیاسات
ہین جو حواس ظاہری کی وساطت سے عقل ہن آئے ہین اور انکا بڑا کام اس علم ہن یہ ہے کہ

کہ ذات اشیاء اور ان کے تصورات میں تیسرے پیدا کر دین
 قیاسات جو فرض کئے جاتے ہیں وہ برخلاف اصل بہت اشیاء کو نہیں سمجھ سکے اور کو یہ
 نہیں کہہ سکتے کہ خود مختاری سے خواہ مخواہ فرض کر لئے ہیں بلکہ بعض لحاظ میں وہ بالکل
 مطابق اول تصور اشیاء کو ہوتے ہیں جو وہ اشیاء بواسطہ حواس کے نفس میں کہ انسانی
 میں پیدا کرتے ہیں یہاں لفظ قیاس کے معنی بیان کرنے ضرور ہیں تاکہ مطلب کے بعد ان کی
 سمجھ میں آجائے قیاس وہ قول ہے جو کئی فضیلت لکھ رہی اور اسکی ان لینے سے دوسرے ایک
 قول کا متناظر ہو جائے اور اسکو نتیجہ کہتے ہیں جس میں لکھ رہی لفظ کا یہ ترجمہ ہوا اسکا ٹھیک
 ترجمہ ان لفظوں میں ہے کہ ایک قول کو ان میں جسے نتیجہ نکلے یا ایک بات ثابت تو نہ ہو مگر
 اسکو ایک برہان کو لئے ان میں یا ایک مقدمہ کو ثابت کرنے کے لئے فرض کر لین جہاں یہ
 لکھا ہے وہاں اسے مطلب طرہی ہے

تجربات اور مشاہدات سے ہر خاص صورت کی مقداروں پر علم ہوتا ہے اور یہاں خبریات کے
 حال کو دیکھ کر کلیات پر استدلال کرتے ہیں
 متقدمین اور متاخرین میں بعض کی ایسی تہہ کہ علم ہندسہ کے قیاسات کا یقین کچھ مشاہدہ اور تجربہ
 پر انسان کو موقوف نہیں ہے اور حقیقت یقینہ میں کہ انہیں کسی زمانہ میں کیمیا غل میں
 واقع ہو سکتا ہو مثلاً ہر حال کیساں ہو گا مگر یہ بات یاد رکھنی چاہئے کہ وہ تصور عقلی
 ایسی ہیں کہ جو کسی تجربہ کے محتاج نہ ہوں

مگر سطح اب وہ انسان کی عقل میں آتی ہیں اس طرح وہ اس وقت نہ آتے تھے کہ اول ہی میں
 ظاہر ہوئے نفس میں کہ انسانی ایسا ہی کہ اسکو علم ہندسہ حاصل ہوتا ہے اور جسے معلومات ہوتی
 جاتی ہے اسے مہولات کا استنباط کرتا ہے گویا ہر قدم پر ایک بات کا معلوم ہونا کسی مہول
 کے دریافت کرنے کی تمہید ہی بہ صحیح نہیں معلوم ہوتا کہ اگر دائرہ اور مثلث کا وجود خارج میں
 آدمی کی نظر نہ پڑتا تو وہ اس کے سبب اص کو دریافت کر لیتا قاعدہ ہی کہ ہر انسان کا علم تجربہ اور

مشاہدہ پر موقوف ہوا دل انسان کے نفس مد رکہ میں محسوسات سے تصورات پیدا ہوتے ہیں وہ جزئیات پر نظر کرنے سے کلیات کا استنباط بہ استدلال کرتا ہے

ضرور ہے کہ علم ہند کے ہول دل مبادی آدمی کے تجربہ اور مشاہدہ میں آئے ہوں اور جو اس ذریعہ سے ادنکا ادراک نہیں میں ہوا ہو پہراو سے آگے بتدریج یہ علم محض تصورات بن گیا تو تاریخ سے ہی اس طرح ثابت ہوتا ہے غرض جسطرح اور علم مشاہدہ اور تجربہ پر موقوف ہیں اس طرح یہ علم ہی انہیں پر منحصر ہے

الفاظ کے معنی سمجھ میں اچھی طرح نہیں آتے جب تک ادنکا مصداق موجود نہ کیا جائے لفظ مستقیم اچھی طرح سمجھ میں نہیں آتا جب تک کہ کھینچا نہ جائے اور پہراو کے مقابل خط منحنی کھینچا جائے اور منحنی تمیز نہ کیا جائے جب تک یہ نہ ہو تعریف خط تقسیم کی اچھی طرح سمجھ میں نہیں آتا کی یہ تو الفاظ مفرد کی کیفیت ہے اور جب ہ مرکب ہوں تو انہیں ہر لفظ مفرد کے معنی جب تک اس طرح سمجھ میں نہ آئیں الفاظ مرکب سمجھ میں نہ آئیں گے

حدود و اقلیدس و قسم ہیں ایک قسم تو اولیٰ یہ ہے کہ الفاظ جو اس علم میں کام میں آتے ہیں ان کے معنی بہ توضیح بیان کئے جائیں

دوسری قسم یہ ہے کہ علماء و معنی بیان کر سکے وہ یہ بھی بیان کریں کہ جو داون اشیا کا جنکی تعریف الفاظ میں بیان کی ہے وجود رکھتے ہیں حدود میں صرف داون اشیا کی تعریف جنکے نام اس علم میں لئے جاتے ہیں ہوتی ہے کچھ اولیٰ شکلوں کی خاصیت ہے بحث نہیں ہوتی اور یہ اسی علم کے ساتھ مخصوص ہے کہ ان کے حدود میں مثل اور علون کے نئے معلوما سے تغیر و تبدل نہیں ہوتا

حدود و اقلیدس ظاہر محسوسات میں سے معلوم ہوتے ہیں بعض شکلیں خبر پر اسے علم کی بنا ہو وہ تجربہ و مشاہدہ سے ثابت ہوتی ہیں مثلاً شکل چارہ مقالہ اول محض تجربہ پر موقوف اور پہراو کے جیسے سبب اور شکلیں آگے کی ثابت ہوتی ہیں ان کے ثبوت کو دیکھتے تو ہر دم پر ایک حس

کام کر رہی ہے خطوں کا خطوں پر اور زاویہ کاراویہ پر اور آخر کو سطح کا سطح پر منطبق ہونا اس کا معلوم ہوتا ہے اور اسی سے اوپر کی مساوات کا نتیجہ نکلتا ہے اول یہ بات ایک مثلث میں معلوم ہوئی ہوگی پس اس جزئی سے استدلال کلی پر کیا ہوگا کہ ہر قسم مثلثوں میں جنہیں شرطیں وہ پائی جائیں جو پہلی جزئی کے قیاس میں ہیں ان میں مساوات ثابت ہو اور اسکی وہی دلیل ہے جو اس جزئی خاص میں تھی غرض سے معلوم ہو کہ یقیناً ہندسہ میں ظاہری کے واسطے سے حاصل ہوتے ہیں سمس صاحب کا اکثر ذکر آئیگا کہ سنے اور نکاحا بیان کیا جاتا ہے کہ انہوں نے اصل یونانی اقلیدس سے انگریزی میں ترجمہ کیا ہے اور انہیں کا تتبع اور مہندسین نے کیا ہے

حد۔ ۱۔ یونان نے جو تعریف لفظ کی لکھی ہے وہ سب اختیار کی ہے اقلیدس لفظ کی تعریف طرح کرتا ہے کہ نقطہ وہ ہے جس کا کوئی جز نہ ہو یعنی جسکی تجزی اور تقسیم مثل خط و زاویہ و سطح و حجم کی نہ ہو سکے۔ نقطہ کے معنی یہاں سے ہیں اگر اس کے لفظی معنی پر خیال کریں تو اس سے وہ ہرگز مفہوم نہ ہوگا جو نقطہ سے اقلیدس میں ہونا چاہئے اقلیدس نقطہ کی تعریف میں ایک قضیہ سالبہ بیان کرتا ہے یعنی ایک خاصیت کی نفی کرتا ہے جو نقطہ کے لفظی معنی سے بالکل جدا ہے ہندسہ میں جو اس کے معنی میں وہ اس نشان سے جو محسوس ہوتا ہے بالکل مبرا ہیں۔ فیثاغورس نقطہ کی یہ تعریف کرتا ہے کہ وہ جز لا تجزئی ہے (یعنی ایسا جز جس کا جز نہ ہو سکے) جو مقام رکھتا ہے جب جو مقام اور عدم مقدار کے تصور وں کو جمع کریں تو نقطہ کے معنی یہ سمجھیں آئیے کہ نقطہ وہ ہے جو مقام رکھتا ہے لیکن مقدار نہیں

حد۔ ۲۔ جو خط محسوس ہوتا ہے وہ ضرور طول و عرض دو نور کہتا ہے اور یہ ناممکن ہے کہ کوئی خط بغیر عرض کے کہن سکے مگر خط کی تعریف کو موافق خط کے تصور میں نہ طول بلکہ خط رہتا ہے عرض سے قطع نظر کیجاتی ہے

حد۔ ۳۔ اس خط کی تعریف نقطہ کو معنی خوب سمجھ میں آتے ہیں اور اوپر ہم اور یہ زیادہ کرتے ہیں

کہ دو خط ایک نقطہ پر تقاطع کرتے ہیں اور وہ خط ایک دوسرے کو صرف ایک ہی نقطہ پر تقاطع کر سکتے ہیں

حد ۴م خود خط مستقیم کبریٰ الفاظ اس پر صوابا معنی میں کہ اور الفاظ اوپر زیادہ اور کسی فقرے کے نہیں ہو سکتی قاعدہ کہ لفظ مفرد کا جو مصداق ہوتا ہے اس کی تعریف الفاظ میں کرنی مشکل ہوتی ہے مثلاً لفظ مفرد کا جو مصداق ہوتا ہے اور الفاظ میں تعریف کرنی مشکل ہے قلیل میں یہ لکھتا ہے کہ خط مستقیم وہ ہے جو اپنی اطراف میں ہموار واقع ہو یعنی کوئی جزا اور کٹاؤ نہ بچا نہ ہو یعنی وہ درمیان میں اس کے جو سطح مستوی پر مقرر کیجائے تو اس میں کسی انحراف نہ ہو اور اس تعریف سے خط مستقیم اور خط منحنی میں تمیز ہو جاتی ہے جب خط مستقیم ایک سطح مستوی پر واقع ہو تو اس کی دو سمتیں ہوتی ہیں اور جب کوئی سمت خط کی معلوم ہوتی ہے تو اس کو معلوم المقام کہتے ہیں اور جب اس خط کا طول معلوم ہو یا معلوم ہو سکتا ہو تو اس کو معلوم المقدار کہتے ہیں خط مستقیم کی حد یہ مفہوم ہوتا ہے کہ وہ نقطے خط کا مقام متعین کرتے ہیں اور اسی پر اول در درم جہول موضوع متبہی میں اور اسی معلوم ہوتا ہے کہ خط مستقیم دو یا زیادہ نقطوں پر منطبق ہوں تو وہ خطوط ایک ہی خط مستقیم کہلاتا ہے اور اسکے ہی معنی میں جو ہمہ اش ام میں بیان کیا ہے کہ دو خط مستقیم کا ایک خط مستقیم نہ ہو سکتا ہے نہ ہو سکتا ہے نہ ہو سکتا ہے خط مستقیم کی سطح سے ہی بیان کی گئی ہے کہ وہ خطوط ہیں جو اگر دو نقطوں پر منطبق ہو جائے تو ان کو جہاں تک خارج کروں منطبق ہونے جائیں اس تعریف کی وہی کیفیت ہے جو گیارہویں علوم متعارفہ کی ہے کہ زاوے قائمے سب آپس میں برابر ہوتے ہیں اور یہی طرح خطوط مستقیم وہ ہیں جو آپس میں منطبق ہوتے ہیں اگر برابر طول کہتے ہیں تو بالکل اور اگر غیر مساوی طول کہتے ہیں تو باہر منطبق ہوتے ہیں۔ مگر محدود کی خوبی یہ ہے کہ اس میں کسی چیز کی تعریف کیجائے نہ یہہ اس میں مقابلہ صفات ذاتیہ کا کیا جائے اور اس کے ضمن میں کوئی علوم متعارفہ نہ جائے حد ۵ اقلیدس نے تعریف سطح مستوی کی یہہ کی تھی کہ سطح مستوی وہ ہے جو درمیان خطوط مستقیم کے جو اس کے اندر ہوں ہموار واقع ہو یعنی سب جزاؤں کے مقابل ہوں کوئی اونچا نیچا نہ ہو

مگر ہمیں سطح مستوی کی وہ تعریف کی جو ہمیں **حد** نے لکھی تھی۔ سطح مستوی ہر مقام میں واقع ہو سکتی ہے اور ہر سمت میں غیر متناہی پھیل سکتی ہے

حد ۸ من لکھا ہے کہ اقلیدس زاویہ طح کی تعریف ایسی کی ہے جو اس زاویہ پر کہ دو خط نامنحی سے یا ایک خط مستقیم اور دوسرے خط نامنحی سے یا دو خطوط مستقیم سے پیدا ہو سکتی ہے مگر سارے اقلیدس میں فقط بیان آخر زاویہ کا ہے غرض تعریف زاویہ مستقیم خطین کی نو کام کی ہے باقی لکھی ہے

حد ۹ زاویہ ہی ایک قسم کی مقدار ہے اسلئے کہ ایک زاویہ دوسرے زاویہ سے بڑا اور چھوٹا اور برابر ہو سکتا ہے خود زاویہ اور دو زاویوں کے مجموعہ اور تفاوت کی مفہوم کو خوب ذہن نشین کرنا چاہیے۔ زاویہ کی معنی گوشہ کے ہیں اور مندرجہ میں اس کا مفہوم وہ کشادگی ہے کہ ایک نقطہ سے دو خطوں کے پھیلنے سے پیدا ہو زاویہ کی تعریف سے معلوم ہوتا ہے کہ ان خطوط کے طول پر جسے کہ زاویہ پیدا ہوتا ہے کچھ مقدار زاویہ کی موقوف نہیں بلکہ وہ موقوف اس کشادگی پر ہے جو ایک نقطہ پر درمیان دو خطوط مستقیم کے ہوتی ہے اور اس کا بیان آگے حدود میں کیا گیا ہے جس نقطہ پر دو خط ملتے ہیں اس کو نقطہ زاویہ یا نقطہ راس یا زاویہ کا کہتے ہیں زاویہ کی مقدار کے ساتھ وراثتوں کو نہیں ملانا چاہیے۔ زاویہ قائمہ کی مقدار مستقل متعین ہو گئی ہے اس میں کچھ فرق نہیں پڑا سیلئے اس کو پیمانہ اور زاویہ کا اندازہ کرنے کے لئے مقرر کیا ہے اور اسی اندازہ سے زاویوں کا تعین متبادل کرتے ہیں۔ دو خطوط مستقیم جو تقاطع کرتے ہوں یا خارج ہوں یا تقاطع ہوں تو ان کو کہتے ہیں کہ وہ ایک دوسرے سے میل کھتے ہیں اور ان میں ان کی مقداروں میں زاویہ سے معلوم ہوتی ہے جو وہ ایک دوسرے کے ساتھ بناتے ہیں

جب دو خطوط مستقیم ایک ہی نقطہ پر ختم ہوں یعنی جب ہر ایک خط کے ایک ایک طرف منطبق ہوں اور خواہ وہ دونوں خط ایک سمت میں ہوں یا نہ ہوں ان کو متحدہ طرف کہتے ہیں **حد ۱۰** اقلیدس نے سب جگہ اس بات کو مانا ہے کہ ایک خط مستقیم دوسرے خط

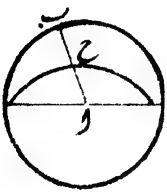
مستقیم پر عمود ہو تو دوسرے خط مستقیم پہلے خط مستقیم پر عمود ہو گا دلیل اسکی یہ ہے کہ فرض کرو کہ اس عمود خط اب پر ہے اور شرط امکان یہ ہے فرض کرو کہ اس ہی عمود خط پر چونکہ اس عمود اب پر ہے زاویہ ب اس برابر ہے زاویہ ا اس کے اور چونکہ

۱

اس عمود اب پر ہے زاویہ ب اس برابر ہے زاویہ ا اس کے لیکن ب اس کم بہ نسبت ب اس کر ہے اور اس بڑا بہ نسبت ا اس کے اس واسطی ایک ہی مقدار جو برابر مقداروں میں سے ایک سے کم ہے برابر ایک ایسی مقدار کے ہوئی جو اون دو برابر مقداروں میں سے ایک مقدار کی برابر ہے اور یہ ناممکن۔ اس واسطی نقطہ سے دو عمود اس اور اس کا خط مستقیم اب پر قائم ہونا ناممکن ہے

حد ۱۶ دائرہ کی تعریف میں اقلیدس کوئی ترکیب دائرہ کھینچنے کی نہیں بتلائی حدود میں صرف یہ بیان کیا ہے کہ دائرہ کیا ہے اور ایک خاصیت اس میں ایسی ہے جو کسی اور شکل میں نہیں ہے۔ اقلیدس ہمیشہ اپنے اصول کے بیان کرنے میں کوئی حکمت علمی نہیں بیان کرتا جسے خط مستقیم یا دائرہ پیدا ہو۔ دائرہ کی تعریف سطح بھی ہو سکتی ہے ایک محدود خط مستقیم اپنے ایک طرف قائم کے گرد کسی سطح مستوی میں گردش کر کے پہر اپنے اصلی مقام پر عود کرے تو سطح جس پر یہ خط متحرک پہر ہے اسکو دائرہ کہتے ہیں اور وہ خط جو خط مستقیم کے دوسری طرف کی حرکت سے پیدا ہوا ہے محیط دائرہ کہلاتا ہے اور خط متحرک نصف اور نقطہ ساکن جبکہ گرد خط حرکت کرتا ہے مرکز دائرہ کہلاتا ہے

اقلیدس نے یہ ترکیب علمی تو دائرہ کی تعریف میں نہیں داخل کی لیکن یہ مانا کہ دائرہ کھینچ سکتا ہے اور تیسرے اصول موضوعہ کے یہ معلوم ہوتا ہے کہ ترکیب مذکور اقلیدس کے ذہن میں تھی مگر اس نے پہلے مقالہ کے اصول میں اسکو نہیں داخل کیا۔ گیارہویں مقالہ میں مخروط مستدیر اور سطوانہ مستدیر کی تعریف میں اشکال مستدیر کو ایک طرف قائم کے گرد متحرک ہونیکا حال لکھا ہے



اقلیدس نے گویہ فرض کر لیا ہے کہ قطر دائرہ کو برابر حصوں میں
تقسیم کرتا ہے مگر پہلا اس بات کو سطح ثابت کرتا ہے
فرض کرو کہ ایک حصہ دائرہ کا دوسرے حصہ پر دائرہ کے سطح
چسپان کیا جائے کہ مرکز پر قطر قطر منطبق ہو اگر دو محیط کے
حصے اسپین منطبق نہوں تو ایک حصہ دوسرے برابر ہو گا کل آج کے کیونکہ ہر ایک اوئین کا
ایک ہی دائرہ کا نصف قطر ہے اور یہ ناممکن ہے ہوا سطحی دو حصے محیط کے اسپین منطبق
ہوتے ہیں اور قطر دائرہ کی نصف کرتا ہے

حد ۱۹ اس حد کو پرفلس نے پہر دوبارہ داخل کیا ہی ہوا سطحی کہ اس کے معنی (۲۴ اش ام)
اول صوت (۲۳ اش ام) اور (۱۳ اش ام) میں کام میں آتی ہیں قطعہ کی تعریف کا کہیں
کام اس مقالہ میں نہیں پڑا اور یہ مقالہ میں جب تک صفات دائرہ سے بحث نہیں ہوتی
اس کی ضرورت نہیں پڑی

پرفلس اس حد کو پریم لکھتا ہے کہ اسی حد سے معلوم ہوتا ہے کہ مرکز میں جگہ ہوتا ہے
شکل کے اندر ہوتا ہے جیسا کہ دائرہ میں یا شکل کی حد میں جیسا کہ نصف دائرہ میں یا باہر
شکل سے جیسا کہ بعض مخروطی خطوط میں

حد ۲۴-۲۹-۲۱۰-۲۱۱-۲۱۲-۲۱۳-۲۱۴-۲۱۵-۲۱۶-۲۱۷-۲۱۸-۲۱۹-۲۲۰-۲۲۱-۲۲۲-۲۲۳-۲۲۴-۲۲۵-۲۲۶-۲۲۷-۲۲۸-۲۲۹-۲۳۰-۲۳۱-۲۳۲-۲۳۳-۲۳۴-۲۳۵-۲۳۶-۲۳۷-۲۳۸-۲۳۹-۲۴۰-۲۴۱-۲۴۲-۲۴۳-۲۴۴-۲۴۵-۲۴۶-۲۴۷-۲۴۸-۲۴۹-۲۵۰-۲۵۱-۲۵۲-۲۵۳-۲۵۴-۲۵۵-۲۵۶-۲۵۷-۲۵۸-۲۵۹-۲۶۰-۲۶۱-۲۶۲-۲۶۳-۲۶۴-۲۶۵-۲۶۶-۲۶۷-۲۶۸-۲۶۹-۲۷۰-۲۷۱-۲۷۲-۲۷۳-۲۷۴-۲۷۵-۲۷۶-۲۷۷-۲۷۸-۲۷۹-۲۸۰-۲۸۱-۲۸۲-۲۸۳-۲۸۴-۲۸۵-۲۸۶-۲۸۷-۲۸۸-۲۸۹-۲۹۰-۲۹۱-۲۹۲-۲۹۳-۲۹۴-۲۹۵-۲۹۶-۲۹۷-۲۹۸-۲۹۹-۳۰۰-۳۰۱-۳۰۲-۳۰۳-۳۰۴-۳۰۵-۳۰۶-۳۰۷-۳۰۸-۳۰۹-۳۱۰-۳۱۱-۳۱۲-۳۱۳-۳۱۴-۳۱۵-۳۱۶-۳۱۷-۳۱۸-۳۱۹-۳۲۰-۳۲۱-۳۲۲-۳۲۳-۳۲۴-۳۲۵-۳۲۶-۳۲۷-۳۲۸-۳۲۹-۳۳۰-۳۳۱-۳۳۲-۳۳۳-۳۳۴-۳۳۵-۳۳۶-۳۳۷-۳۳۸-۳۳۹-۳۴۰-۳۴۱-۳۴۲-۳۴۳-۳۴۴-۳۴۵-۳۴۶-۳۴۷-۳۴۸-۳۴۹-۳۵۰-۳۵۱-۳۵۲-۳۵۳-۳۵۴-۳۵۵-۳۵۶-۳۵۷-۳۵۸-۳۵۹-۳۶۰-۳۶۱-۳۶۲-۳۶۳-۳۶۴-۳۶۵-۳۶۶-۳۶۷-۳۶۸-۳۶۹-۳۷۰-۳۷۱-۳۷۲-۳۷۳-۳۷۴-۳۷۵-۳۷۶-۳۷۷-۳۷۸-۳۷۹-۳۸۰-۳۸۱-۳۸۲-۳۸۳-۳۸۴-۳۸۵-۳۸۶-۳۸۷-۳۸۸-۳۸۹-۳۹۰-۳۹۱-۳۹۲-۳۹۳-۳۹۴-۳۹۵-۳۹۶-۳۹۷-۳۹۸-۳۹۹-۴۰۰-۴۰۱-۴۰۲-۴۰۳-۴۰۴-۴۰۵-۴۰۶-۴۰۷-۴۰۸-۴۰۹-۴۱۰-۴۱۱-۴۱۲-۴۱۳-۴۱۴-۴۱۵-۴۱۶-۴۱۷-۴۱۸-۴۱۹-۴۲۰-۴۲۱-۴۲۲-۴۲۳-۴۲۴-۴۲۵-۴۲۶-۴۲۷-۴۲۸-۴۲۹-۴۳۰-۴۳۱-۴۳۲-۴۳۳-۴۳۴-۴۳۵-۴۳۶-۴۳۷-۴۳۸-۴۳۹-۴۴۰-۴۴۱-۴۴۲-۴۴۳-۴۴۴-۴۴۵-۴۴۶-۴۴۷-۴۴۸-۴۴۹-۴۵۰-۴۵۱-۴۵۲-۴۵۳-۴۵۴-۴۵۵-۴۵۶-۴۵۷-۴۵۸-۴۵۹-۴۶۰-۴۶۱-۴۶۲-۴۶۳-۴۶۴-۴۶۵-۴۶۶-۴۶۷-۴۶۸-۴۶۹-۴۷۰-۴۷۱-۴۷۲-۴۷۳-۴۷۴-۴۷۵-۴۷۶-۴۷۷-۴۷۸-۴۷۹-۴۸۰-۴۸۱-۴۸۲-۴۸۳-۴۸۴-۴۸۵-۴۸۶-۴۸۷-۴۸۸-۴۸۹-۴۹۰-۴۹۱-۴۹۲-۴۹۳-۴۹۴-۴۹۵-۴۹۶-۴۹۷-۴۹۸-۴۹۹-۵۰۰-۵۰۱-۵۰۲-۵۰۳-۵۰۴-۵۰۵-۵۰۶-۵۰۷-۵۰۸-۵۰۹-۵۱۰-۵۱۱-۵۱۲-۵۱۳-۵۱۴-۵۱۵-۵۱۶-۵۱۷-۵۱۸-۵۱۹-۵۲۰-۵۲۱-۵۲۲-۵۲۳-۵۲۴-۵۲۵-۵۲۶-۵۲۷-۵۲۸-۵۲۹-۵۳۰-۵۳۱-۵۳۲-۵۳۳-۵۳۴-۵۳۵-۵۳۶-۵۳۷-۵۳۸-۵۳۹-۵۴۰-۵۴۱-۵۴۲-۵۴۳-۵۴۴-۵۴۵-۵۴۶-۵۴۷-۵۴۸-۵۴۹-۵۵۰-۵۵۱-۵۵۲-۵۵۳-۵۵۴-۵۵۵-۵۵۶-۵۵۷-۵۵۸-۵۵۹-۵۶۰-۵۶۱-۵۶۲-۵۶۳-۵۶۴-۵۶۵-۵۶۶-۵۶۷-۵۶۸-۵۶۹-۵۷۰-۵۷۱-۵۷۲-۵۷۳-۵۷۴-۵۷۵-۵۷۶-۵۷۷-۵۷۸-۵۷۹-۵۸۰-۵۸۱-۵۸۲-۵۸۳-۵۸۴-۵۸۵-۵۸۶-۵۸۷-۵۸۸-۵۸۹-۵۹۰-۵۹۱-۵۹۲-۵۹۳-۵۹۴-۵۹۵-۵۹۶-۵۹۷-۵۹۸-۵۹۹-۶۰۰-۶۰۱-۶۰۲-۶۰۳-۶۰۴-۶۰۵-۶۰۶-۶۰۷-۶۰۸-۶۰۹-۶۱۰-۶۱۱-۶۱۲-۶۱۳-۶۱۴-۶۱۵-۶۱۶-۶۱۷-۶۱۸-۶۱۹-۶۲۰-۶۲۱-۶۲۲-۶۲۳-۶۲۴-۶۲۵-۶۲۶-۶۲۷-۶۲۸-۶۲۹-۶۳۰-۶۳۱-۶۳۲-۶۳۳-۶۳۴-۶۳۵-۶۳۶-۶۳۷-۶۳۸-۶۳۹-۶۴۰-۶۴۱-۶۴۲-۶۴۳-۶۴۴-۶۴۵-۶۴۶-۶۴۷-۶۴۸-۶۴۹-۶۵۰-۶۵۱-۶۵۲-۶۵۳-۶۵۴-۶۵۵-۶۵۶-۶۵۷-۶۵۸-۶۵۹-۶۶۰-۶۶۱-۶۶۲-۶۶۳-۶۶۴-۶۶۵-۶۶۶-۶۶۷-۶۶۸-۶۶۹-۶۷۰-۶۷۱-۶۷۲-۶۷۳-۶۷۴-۶۷۵-۶۷۶-۶۷۷-۶۷۸-۶۷۹-۶۸۰-۶۸۱-۶۸۲-۶۸۳-۶۸۴-۶۸۵-۶۸۶-۶۸۷-۶۸۸-۶۸۹-۶۹۰-۶۹۱-۶۹۲-۶۹۳-۶۹۴-۶۹۵-۶۹۶-۶۹۷-۶۹۸-۶۹۹-۷۰۰-۷۰۱-۷۰۲-۷۰۳-۷۰۴-۷۰۵-۷۰۶-۷۰۷-۷۰۸-۷۰۹-۷۱۰-۷۱۱-۷۱۲-۷۱۳-۷۱۴-۷۱۵-۷۱۶-۷۱۷-۷۱۸-۷۱۹-۷۲۰-۷۲۱-۷۲۲-۷۲۳-۷۲۴-۷۲۵-۷۲۶-۷۲۷-۷۲۸-۷۲۹-۷۳۰-۷۳۱-۷۳۲-۷۳۳-۷۳۴-۷۳۵-۷۳۶-۷۳۷-۷۳۸-۷۳۹-۷۴۰-۷۴۱-۷۴۲-۷۴۳-۷۴۴-۷۴۵-۷۴۶-۷۴۷-۷۴۸-۷۴۹-۷۵۰-۷۵۱-۷۵۲-۷۵۳-۷۵۴-۷۵۵-۷۵۶-۷۵۷-۷۵۸-۷۵۹-۷۶۰-۷۶۱-۷۶۲-۷۶۳-۷۶۴-۷۶۵-۷۶۶-۷۶۷-۷۶۸-۷۶۹-۷۷۰-۷۷۱-۷۷۲-۷۷۳-۷۷۴-۷۷۵-۷۷۶-۷۷۷-۷۷۸-۷۷۹-۷۸۰-۷۸۱-۷۸۲-۷۸۳-۷۸۴-۷۸۵-۷۸۶-۷۸۷-۷۸۸-۷۸۹-۷۹۰-۷۹۱-۷۹۲-۷۹۳-۷۹۴-۷۹۵-۷۹۶-۷۹۷-۷۹۸-۷۹۹-۸۰۰-۸۰۱-۸۰۲-۸۰۳-۸۰۴-۸۰۵-۸۰۶-۸۰۷-۸۰۸-۸۰۹-۸۱۰-۸۱۱-۸۱۲-۸۱۳-۸۱۴-۸۱۵-۸۱۶-۸۱۷-۸۱۸-۸۱۹-۸۲۰-۸۲۱-۸۲۲-۸۲۳-۸۲۴-۸۲۵-۸۲۶-۸۲۷-۸۲۸-۸۲۹-۸۳۰-۸۳۱-۸۳۲-۸۳۳-۸۳۴-۸۳۵-۸۳۶-۸۳۷-۸۳۸-۸۳۹-۸۴۰-۸۴۱-۸۴۲-۸۴۳-۸۴۴-۸۴۵-۸۴۶-۸۴۷-۸۴۸-۸۴۹-۸۵۰-۸۵۱-۸۵۲-۸۵۳-۸۵۴-۸۵۵-۸۵۶-۸۵۷-۸۵۸-۸۵۹-۸۶۰-۸۶۱-۸۶۲-۸۶۳-۸۶۴-۸۶۵-۸۶۶-۸۶۷-۸۶۸-۸۶۹-۸۷۰-۸۷۱-۸۷۲-۸۷۳-۸۷۴-۸۷۵-۸۷۶-۸۷۷-۸۷۸-۸۷۹-۸۸۰-۸۸۱-۸۸۲-۸۸۳-۸۸۴-۸۸۵-۸۸۶-۸۸۷-۸۸۸-۸۸۹-۸۹۰-۸۹۱-۸۹۲-۸۹۳-۸۹۴-۸۹۵-۸۹۶-۸۹۷-۸۹۸-۸۹۹-۹۰۰-۹۰۱-۹۰۲-۹۰۳-۹۰۴-۹۰۵-۹۰۶-۹۰۷-۹۰۸-۹۰۹-۹۱۰-۹۱۱-۹۱۲-۹۱۳-۹۱۴-۹۱۵-۹۱۶-۹۱۷-۹۱۸-۹۱۹-۹۲۰-۹۲۱-۹۲۲-۹۲۳-۹۲۴-۹۲۵-۹۲۶-۹۲۷-۹۲۸-۹۲۹-۹۳۰-۹۳۱-۹۳۲-۹۳۳-۹۳۴-۹۳۵-۹۳۶-۹۳۷-۹۳۸-۹۳۹-۹۴۰-۹۴۱-۹۴۲-۹۴۳-۹۴۴-۹۴۵-۹۴۶-۹۴۷-۹۴۸-۹۴۹-۹۵۰-۹۵۱-۹۵۲-۹۵۳-۹۵۴-۹۵۵-۹۵۶-۹۵۷-۹۵۸-۹۵۹-۹۶۰-۹۶۱-۹۶۲-۹۶۳-۹۶۴-۹۶۵-۹۶۶-۹۶۷-۹۶۸-۹۶۹-۹۷۰-۹۷۱-۹۷۲-۹۷۳-۹۷۴-۹۷۵-۹۷۶-۹۷۷-۹۷۸-۹۷۹-۹۸۰-۹۸۱-۹۸۲-۹۸۳-۹۸۴-۹۸۵-۹۸۶-۹۸۷-۹۸۸-۹۸۹-۹۹۰-۹۹۱-۹۹۲-۹۹۳-۹۹۴-۹۹۵-۹۹۶-۹۹۷-۹۹۸-۹۹۹-۱۰۰۰

بیان ہوئے اور طرح کے مثلث بیان ہو گئے ہیں تاکہ انہیں تمیز ہو سکے۔ اور مثلث متساوی الاضلاع کی تعریف پر یہ ہوا کہ اولی یہ ثابت کرنا چاہیے کہ مثلث کا ایسا ہونا ممکن ہے کہ اس کے تینوں ضلعے آپس میں برابر ہوں جب تک اس مکان اس بات کا نہ ثابت ہو تب تک تعریف اہل ہے اسلئے یہ تعریف ہونی مناسب کہ اگر کوئی مثلث ایسا ہو کہ اس کے تینوں ضلعے آپس میں برابر ہوں تو انکو مثلث متساوی الاضلاع کہو۔ مثلث قائم الزاویہ اور منفرج الزاویہ کی تعریف پر اعتراض ہوا ہے کہ جب تک اس میں نہ ثابت ہو یہ نہیں معلوم ہو سکتا کہ ایک ہی مثلث قائم الزاویہ اور منفرج الزاویہ نہیں ہو سکتا اسلئے اس میں سے یہ حدود بے محل ہیں اور ایک اعتراض یہ منفرجہ اور زاویہ حادہ کی تعریف پر بھی ہوا کہ گیارہ علوم متعارفہ میں یہ کہا ہے کہ زاویے قائمے سب آپس میں برابر ہوتے ہیں اسی پہلے یہ ہو سکتا ہے کہ ایک زاویہ ایک قائمہ سے بڑا ہو اور دوسرا قائمہ سے چھوٹا ہو یعنی حادہ ہی ہو اور منفرجہ بھی ہو۔

حدود ۲۰ سے ۴۷ تک اشکال و اربعۃ الاضلاع کی تعریف پر اعتراض ہوا ہے ہوا منخوف کے اور سب شکلیں متوازی الاضلاع مفہوم ہو سکتی ہیں لیکن اقلیدس کے خطوط متوازیہ کی تعریف بعد اشکال و اربعۃ الاضلاع کی لکھی ہے اسلئے ان شکلوں کی تعریف واسطیج ہو سکتی ہے جس طرح اقلیدس نے لکھی اور اسکے سوا کوئی اور ترکیب میں ہو سکتی ہے جس کے کچھ الفاظ بدل کر اس طرح میسر ہو سکتا ہے کہ وہ ذوالربعۃ الاضلاع ہے جس کے چاروں ضلعے آپس میں برابر ہوں اور ایک زاویہ قائمہ ہوا اسلئے کہ ہم شش ام میں ثابت ہوا ہے کہ سب متوازی الاضلاع کا ایک زاویہ قائمہ ہو اور اسکے سب اوئے قائمے ہوتے ہیں مربع کی تعریف پر بھی اسی قسم کا اعتراض ہوا ہے جو مثلث متساوی الاضلاع پر ہوا تھا۔

مستطیل وہ ہے جس کے مقابل کے ضلعے آپس میں برابر ہوں اور ایک زاویہ قائمہ ہو۔ شبیہ بالمعین وہ ذوالربعۃ الاضلاع مستوی ہے جس کے مقابل کے دو دو ضلعے آپس میں برابر ہوں اور زاویے قائمے نہ ہوں ایک ذوالربعۃ الاضلاع منخوف جس کے دو ضلعے متوازی ہوں دوسرے دو ضلعے

حد ۲ یہ ممکن ہے کہ دو خط خارج ہوئے دو نو طرف آپس میں کہیں نہ ملین مگر متوازی ہی نہیں
 حد ۳ متوازی الاضلاع کے لفظی معنی تو یہ ہیں کہ وہ شکل جسکے ضلع متوازی ہوں اور جب
 کسی شکل کے مقابل کے ضلع متوازی ہوں تو اس کے چار یا چھ یا آٹھ غرض جفت اضلاع ہو
 ہیں لیکن اقلیدس میں صرف چار ہی ضلع کے شکل متوازی الاضلاع کا ذکر ہے
 اقلیدس نے جسطرح برائین ہندسیہ بیان کرنے میں اسلوب ترکیبی کو اختیار کیا ہی سہی طرح حد ۲
 بھی اسی ہی اسلوب کے برابر ہے اول نقطہ پر یہ خط کے بعد ازان زاویہ کے اور اس سے پیچھے سطح
 کی تعریف کی اور ان کے مختلف قسمیں لکھی ہیں سطح بیان کر نہیں بڑی وقتیں عائد ہوتی
 ہیں اور تصورات ہندسیہ اچھی طرح میں نشانی نہیں ہوتے بلکہ اس کو یوں بیان کرنا چاہیے تھا کہ
 ایک جسم کو اور اس کی صفات طبیعیہ کے قطع نظر کر دو خود بخود سطح کا جسے وہ محدود ہے تصور پیدا ہو
 اور سطح کے تصور خطوط کا جو سطح کو گہرے میں تصور پیدا ہو گا اور پھر خط میوہ سے نقاط
 جو اس کے اطراف پر واقع ہیں ہوا سطحی ایک جسم سطح سے ایک سطح خطوط میوہ دو ہوتی ہے اور
 خط واقفون پر منتہی ہوتا ہے ایک نقطہ صرف تمام بتلا نا ہے اور خط اسد اور کہتا ہی صرف طول اور
 سطح کے دو امتداد ہوتے ہیں طول اور عرض اس سے بیض مفہوم ہوتا ہے اور جسم کے تین امتداد ہوتے
 ہیں طول اور عرض و عمق اور اس سے تعریف جسامت کی سمجھ میں آتی ہے۔

یہ بات بھی بیان کرنی چاہیے کہ دو نقطوں کے معلوم ہوئے خط مستقیم کا مقام معلوم ہوتا ہے
 اور تین نقطوں کے معلوم ہوئے بشرطیکہ وہ ایک خط مستقیم میں نہ ہوں سطح کا مقام معلوم ہو سکتا ہے

اصول موضوعہ

۱۔ اول موضوعہ وہ اصول میں جن کو سب نے تسلیم کر لیا ہو ۱

اگرچہ جا بجا خطوط مستقیم اور دائرہ کے کہنے کی ضرورت نہ ہوئی قیدیں میں بڑی ہی
 لیکن قیدیں کوئی ترتیب مستقیم اور دائرے کہنے کی ہندسیہ خط مستقیم کہنے کی لکھی مگر
 رول سے زیادہ دائرہ کی کہنے کے لئے برکات سے زیادہ کوئی اجہا اور زار نہیں ہے ۲

حد و سی یہ معلوم ہوتا ہے کہ خطوط اور دائرہ کا وجود ممکن ہے اصول موضوعہ یہ معلوم ہوتا ہے کہ خط مستقیم کا بنا اور خارج ہونا اور دائرہ کا کھینچنا ممکن ہے

اگرچہ یہ ناممکن ہے کہ موافق توفیق حدود کوئی خط مستقیم ٹھیک ٹھیک کسی سے کھینچ سکے یا دائرہ صحیح صحیح بن سکے مگر اس سبب کہ میان اونکا اپنی طرح تصور میں آجائی تصویر اونکی بنائی جاتی ہے دوسرے اصل موضوعہ سی یہ بات معلوم ہوتی ہے کہ ایک خط مستقیم دونوں طرف یا دونوں میں سے ایک طرف کھینچ سکتا ہے

تیسرے اصل موضوعہ سی یہ بات معلوم ہوتی ہے خط مستقیم معلوم المقدار اور معلوم المقام ہوتا اوس کر ایک طرف کو مرکز تصور کر کے اس خط کر برابر نصف قطر لیکر دائرہ کھینچ سکتا ہے جس طرح شکل اول میں ہے سوا اسکے کہ کسی خط مستقیم کے ایک طرف مرکز ہو کوئی اور صورت دائرہ کھینچنے کی اس اصل موضوعہ میں نہیں بیان ہوئی

چوتھے اصل موضوعہ میں یہ امر نہیں بیان کیا گیا کہ کسی خط مستقیم کو برابر دوسرے خط مستقیم اس طرح بنالین کر پرگار کے برون کو ہلایا کر اوس خط کا طول ناپ کر دوسری جگہ اون پر دن کو رکھ کر اور نقطوں کا نشان کر کے خط کھینچ لین مگر دوسری شکل میں ایک خط مستقیم معلوم المقام اور معلوم المقدار کے کھینچنے کی ترکیب بیان ہوئی ہے

علوم متعارفہ

بدیہی باتیں میں محتاج ثبوت نہیں اور وہ اسی ظاہر ہوتی ہیں کہ کسی ثبوت زیادہ ظاہر نہیں ہو سکتی کیونکہ علوم متعارفہ علم ہندسکی وہ مبادی تصدیق میں جو بغیر اثبات کرمان لئے گئے ہیں مشاہدہ اور تجربہ سے ہر گز مختلف طرح کی مقادیر پر علم ہوتا ہے اور اسی بنا پر اونکے مساوی اور غیر مساوی ہونیکا تصور پیدا ہوتا ہے حدود و کر تصورات سی علوم متعارفہ کے تصدیقات کچھ زیادہ مبرہن نہیں ہوتے یہ علوم متعارفہ یعنی مبادی تصدیق علم ہندسے ایسی بدیہی ہیں کہ انسی زیادہ اور بدیہی نہیں ہو سکتی اور اثبات کی محتاج ہیں اور جو مبادی ایسی ہوں کہ وہ ثابت ہوتی ہوں وہ کسی برطان کے

برہات میں داخل ہونے کے قابل نہیں ہو سکتے اور جو حال نکا ہوتا ہے وہی کیفیت اونکے عکس کی بھی ہوتی ہے

تجربہ سے اول تصور یہ پیدا ہوتا ہے کہ مقدار میں ضرور کچھ جگہ میں ہوتی ہیں اور اس جگہ میں اور مقدار میں متواتر آ سکتی ہیں

مقدار میں باہم تعلقات آپس میں صافی ہوتی ہیں اور ان نسبتوں میں مساوی اور غیر مساوی ہونے کے تعلقات کا سمجھنا آسان ہے جب ہم مقدار کا آپس میں مقابلہ کرتے ہیں بعض مقدار میں تو انہیں معلوم ہوتی ہیں اور مجہول مقدار کو مقابلہ مقدار معلومہ کی دیکھتے ہیں اور سلوب ترکیبی نتیجہ مساوی اور غیر مساوی ہونے کے نکالتے ہیں اور سطح کے تصور مساوات مقدار کا حاصل ہوتا ہے اور یہ ہم آہٹوں میں علوم متعارفہ میں مساوات سطح بیان ہوئی ہے کہ مقدار جو ایک دوسرے پر منطبق ہو جائیں یعنی ایک ہی جگہ گیرین وہ آپس میں برابر ہوتی ہیں یہی علوم متعارفہ کی عمل تطبیق کی اصل ہے

جب دو خطوط مستقیم ہیں سے ایک دوسرے پر چپا کرین اور دونوں طرفین انکی منطبق ہو جائیں تو وہ خطوط مستقیم برابر ہوتے ہیں اگر دو نو سمتیں دو خطوں کی جو ایک اوپر بناتی ہیں دو اوپر خطوں کی سمتوں پر جو ایک زاویہ بناتی ہیں منطبق ہو جائیں اور زاویوں کے اس بھی منطبق ہوں تو وہ زاویے آپس میں برابر ہوتے ہیں طول خطوں کا کیسے طرح کا اثر زاویوں کی مقدار پر نہیں پیدا کرتا اور جب ایک سطح مستوی دوسری سطح مستوی پر سطح چپا کرین جو کہ حدود انکی آپس میں منطبق ہو جائیں تو وہ سطحیں آپس میں مساوی ہوتی ہیں

مگر اسکا عکس ضرور نہیں کہ صحیح ہی ہو

یعنی جب دو مقدار میں آپس میں برابر ہوں تو وہ منطبق ایک دوسرے پر ضرور ہو جائیں اسلئے کہ دو مقدار میں رقبہ میں آپس میں برابر ہوں جیسے دو سطحیں متوازی الاضلاع میں اور دو مثلث ۳۵ و ۳۵ مثل میں ہیں لیکن انکی حدود آپس میں برابر نہیں ہیں اور جو وہ سطحیں ایک دوسرے پر ٹھیک ٹھیک منطبق نہیں ہو سکتیں لیکن یہی سطحیں جنکے رقبہ آپس میں برابر ہوں اجزا ہو کر ایک دوسرے پر منطبق

دوم اگر خط اب برابر ہو خط اس کے اور خطی ف بہ نسبت ح کہ چوڑا ہو تو مجموعہ خطوط اب اور
 ی ف کا بہ نسبت مجموعہ س داویج کہ کم ہو گا
 س ————— د
 ی ————— ح
 علوم متعارفہ اسکی یہی دو صورتیں ہیں

اول اگر خط اب برابر خط اس کے ہو اور خطی ف بہ نسبت ح کہ بڑا ہو تو فسرق اب اور
 ی ف کا بڑا ہو گا بہ نسبت فرق س داویج کہ
 س ————— د
 ی ————— ح
 دوم اگر خط اب برابر خط اس کے ہو اور خطی ف بہ نسبت ح کہ کم ہو تو خطون اب اور ی ف
 کا فرق کہ بہ نسبت خطون س داویج کے فرق کے ہو گا

اس علوم متعارفہ کے یہ مثال ہے کہ اگر مساویوں میں غیر مساویوں کو تفریق کریں تو باقی غیر مساوی
 علوم متعارفہ اگر خط اب دو چند خط اس سے ہو اور خطی ف دو چند خط اس سے ہو تو
 خط اب برابر ہو گا خطی ف کے
 س ————— د
 ی ————— ح
 علوم متعارفہ اگر خط اب نصف س کا ہو اور خطی ف بھی نصف س کا ہو تو خط اب
 برابر ہو گا خطی ف کے
 س ————— د
 ی ————— ح
 یہ بھی ظاہر ہے کہ اگر غیر مساوی مقداروں میں سے مساوی مقدارین تفریق کریں تو
 بڑا فرق چھوٹے فرق سے اور مقدار بڑا ہو گا جقدر کہ اول غیر مساوی مقدار و ہمیں ہی بڑی
 چھوٹی مقدار سے بڑی ہو

اگر غیر مساوی مقداروں میں غیر مساوی مقدارین تفریق کریں تو کچھ ضرور نہیں کہ فرق غیر
 مساوی ہی حاصل ہوں وہ مساوی بھی حاصل ہو سکتی ہے اور ایسی ہی اگر غیر مساوی مقدار و غیر
 غیر مساوی مقدارین زیادہ کریں تو کچھ ضرور نہیں کہ مجموعہ جو حاصل ہوں غیر مساوی ہی ہو
 مساوی ہی ہو سکتے ہیں علوم متعارفہ ہر کل بڑا اپنے خیر سے ہوتا ہے اور اسکا عکس یعنی خیر چھوٹا اپنے
 کل سے ہوتا ہے یہی علوم متعارفہ کی نقیض ہے
 علوم متعارفہ اس میں ایک خاصیت خطوط مستقیم کی میان کی گئی یعنی دو خط مستقیم سطح کو نہیں کہہ سکتے

اسکا وہی مطالب جو خطوط مستقیم کے حدود میں بیان کیا گیا ہے سو اسطی کہ اگر وہ سطح کو گہیرے ہوں تو اپنے نقاط اطراف پر حالت مساوات میں منطبق نہیں ہوتے

علوم متعارفہ ۱۱ یہ علوم متعارفہ نہیں ہیں بلکہ ایک شکل ثنائی ہی اور یکا عکس ہمیشہ صحیح نہیں ہوتا ہے یعنی یہ ضرور نہیں کہ جو زاویے آپس میں برابر ہوں وہ قاسمے ہی ہوں

ہر ذرا کسی اس اصول موضوعہ کو ثابت کیا ہے اسکو ترمیم کر کے نیچے لکھتے ہیں +
قضیہ ۱ کہ اگر دو ب اور دو ب دو قاسمے ہیں



تو ہم دعویٰ کرتے ہیں کہ وہ آپس میں برابر ہیں
اسو اسطی کہ اگر وہ برابر نہ ہوں تو زاویہ دو ب کو
زاویہ دو ب پر سطح چپان کر دو کہ نقطہ

نقطہ تیسرہ اور خط دو منطبق ہو خط دو پر ہو تو ب اور ب ایک ہی جگہ میں واقع ہوں گے اسلئے اگر یہ ممکن ہو تو فرض کرو ب ب پر نہیں واقع ہوتا ہے

بلکہ وہ ب کے مقام پر واقع ہوتا ہے خطوط ب اور ب کو اس وقت بڑا ہو
جو تک ب دو قائمہ ہے اور محکم (۱) کے لاس کی برابر ہے اور ب دو قائمہ ہے

اور محکم (۱) کے برابر لاس کے ہے اور یہ بڑا لاس ہے لیکن ب دو برابر ہے
لاس کے سو اسطی دو مساوی مقدار و نمین سے ایک مقدار کا جز برابر ہو اس جزو کے

جسکی دوسری مقدار ایک جزو ہی اور یہ نہ ناممکن ہو اسطی خط ب منطبق ب پر ہوتا ہے
اور اسی وجہ سے زاویہ قائمہ دو ب برابر زاویہ قائمہ دو ب کے ہوتا ہے

علوم متعارفہ ۱۲ اگر اسکے اخیر میں یہ الفاظ اور زیادہ کیا جائے کہ وہ مثلث بناوین گئے تو یہ
بالکل عکس نہ ہوں بلکہ مثلث بناوین گئے

قضیہ ہندسیہ کی شکلین

قضیہ منطقیوں کی اصطلاح میں وہ قول جو جسمین سچ اور جھوٹ کا احتمال ہو سچ وہ ہے جو واقع میں
 یہی ہو مثلاً کہ بین مثلث کو دو ضلعے ملکر بڑے تیسرے ضلعے سے ہوتے ہیں تو یہ امر واقع کے مطابق ہے
 اور اگر یہ کہ بین کہ مثلث کے تینوں زاویہ برابر جا رہا قائلوں کو ہوتے ہیں تو یہ مطالب واقع کے نہیں
 اس لئے جھوٹ پر غرض یہہ دونوں قضیہ ہندسیہ میں اب اس کی دو قسمیں ہیں ایک حلیہ دوسرے شرطیہ۔
 حلیہ وہ قضیہ ہے جس میں ایک چیز کے ثبوت یا نفی کا حکم دوسری شے کے لئے کیا جائے جس میں ثبوت کا حکم ہو
 وہ موجب کہلاتا ہے اور جسمین نفی کا حکم ہو وہ سالبہ کہلاتا ہے جو تہی شکل قضیہ حلیہ موجبہ ہے اور
 ایک خاصیت کا ثبات ہے اور شکل ساتوں قضیہ حلیہ سالبہ ہے اس لئے کہ دس میں ایک خاصیت کی
 نفی ہے اور شرطیہ وہ قضیہ ہے کہ جسمین انضال یا انفصال کا حکم کیا جائے انضال کہتے ہیں
 ایک نسبت کے پائے جانے کو دوسری نسبت کے پانی خانگی تقدیر پر جسمیں اس میں اگر یہہ زاویہ
 مثلث کا بڑا ہو تو اس کے سامنے کا ضلع بڑا ہو اور انضال کہتے ہیں دو نسبتوں میں سے ایک نسبت
 کے پائے جانے کو ان دو نسبتوں سے کوئی ایک نسبت پانی جانے خواہ یہہ ہو خواہ وہ مگر دونوں
 ساتھ نہ پانی جائیں مثلاً کہ بین کہ یہہ خط مستقیم اس خط مستقیم کے برابر ہے یا جھوٹا بڑا ہے
 اب ان دو نسبتوں میں سے ایک ہی نسبت پانی جائیگی +

قضیہ حلیہ میں محکوم علیہ کو موضوع اور محکوم بہ کو محمول کہتے ہیں اور نسبت پر جو دلالت کرے اسے
 رابطہ کہتے ہیں مثلاً یہہ خط مستقیم خط جبر حکم کیا گیا ہو محکوم علیہ یعنی موضوع ہے اور مستقیم کہ سید کا حکم
 خط پر کیا گیا ہے محمول ہے اور جسے نسبت مستقیم ہونے کی خط کی طرف سمجھ میں آتی ہے رابطہ ہے
 شرطیہ میں پہلی خبر کو مقدم کہتے ہیں اور دوسرے کو تالی اگر زاویے متبادلہ الہستہیں برابر ہوں تو
 خطوط متوازی ہوتے ہیں اس شرطیہ میں زاویے متبادلہ الہستہیں برابر ہوں مقدم اور خطوط متوازی
 ہوتے ہیں تالی ہے پھر اس حلیہ کی کئی قسمیں ہیں اگر حلیہ موجبہ ہو اور موضوع کے کل افراد پر حکم
 کیا جائے تو اس سے موجبہ کلیہ کہتے ہیں اور اگر بعض اجزاء پر ہو تو جزویہ۔

حلیہ سالبہ ہو اور موضوع کے سب فردوں پر حکم ہو تو اس سے سالبہ کلیہ کہتے ہیں اور بعض

جزو پر ہو تو سالبہ جزئیہ پس جائز تین ہوئیں موجبہ کلیہ موجبہ جزئیہ سالبہ کلیہ سالبہ جزئیہ

مثالین

موجبہ کلیہ	سب مثلث تین ضلع رکھتے ہیں
موجبہ جزئیہ	بعض مثلث قائم الزاویہ ہوتے ہیں
سالبہ کلیہ	کوئی مثلث چار ضلعوں کا نہیں ہوتا
سالبہ جزئیہ	بعض مثلث منفرج الزاویہ نہیں ہوتے

توجیہ

حلیہ میں نسبت کی کیفیت ہی بیان کیجا کرتا ہوں اور توجیہ کہتے ہیں اور توجیہ کی کیفیت کا بیان کیا اور توجیہ کا توجیہ کہتے ہیں مثلاً ضرورت مثلث تین زاوے رکھتے ہیں تین زاوے ہونگی جو نسبت مثلث کی طرف ہو اور اس نسبت کی کیفیت ہی بیان کی گئی ہے کہ یہ نسبت ضرورتی تین زاوے کا مثلث کی ذات سے جدا ہونا محال ہے توجیہ کہلاتی ہے

قصیہ شرطیہ کی بھی چار قسمیں ہیں

- ۱۔ تالی کی نسبت مقدم کی نسبت کی کل تقدیر پر پائی جائے تو وہ شرطیہ کلیہ کہلاتا ہے
- ۲۔ تالی کی نسبت مقدم کی نسبت بعض تقدیر غیر معین پر پائی جائے تو وہ شرطیہ جزئیہ کہلاتا ہے
- ۳۔ تالی کی نسبت مقدم کی نسبت کی معین اور خاص تقدیر پر پائی جائے تو وہ شرطیہ شخصیہ کہلاتا ہے
- ۴۔ تقدیر کی کلیت اور بعضیت کا ذکر ہو کر دیا جائے تو وہ مہملہ ہے

اگر تمام قلیدس کے مسائل کو دیکھیں تو وہ سارے اسی قسم کے قضیہ ہوں گے کہ تین اور سہن نتیجے اور سطح نکلے ہیں جس طرح اشکال منطقی مہین نکلے ہیں اور اسکی تفصیل بیان کرتے ہیں ہم پہلے بیان کر آئے ہیں کہ قیاس ایک قول ہے جو کئی قضیوں سے ملکر بنتا ہے اور اسکی مان لینے سے دوسرے ایک قول کا ماننا ضرور ہوتا ہے اسکو نتیجہ کہتے ہیں قیاس دو طرح کا ہوتا ہے ایک حلی حلی دوسرے شرطی

عملی وہ ہے جو صرف جلیات سے مرکب ہوا ہو جیسے سب مثلث شکل میں اور سب شکلیں محدود
میں تو مثلث محدود ہیں۔

شرطی وہ ہے جو صرف شریات سے بنا ہو جیسے جب ایک خط مستقیم پر ایک خط مستقیم
قائم ہوتا ہے تو دو زاویے قائم پیدا ہوتے ہیں +
یا شرطیہ اور علیہ دونوں سے ترکیب پاتا ہے۔

قیاس خمی میں مطلوب وردعوی کے موضوع کو اصغر کہتے ہیں اور معمول کو اکبر
ایک ہی چیز جو اصغر اکبر دونوں کے ساتھ ملتی ہے اور اس سے دو فیضے بناتے ہیں اُسے
حد اوسط کہتے ہیں + ہنجر تضییع میں ہوتا ہے اُسے صغریٰ اور اکبر جہن ہوتا ہے
اُسے کبریٰ پس حد اوسط یا صغریٰ میں معمول ہوگی اور کبریٰ میں موضوع تو شکل
اول پیدا ہوگی یا حد اوسط صغریٰ اور کبریٰ دونوں میں معمول ہوگی یہ شکل ثانی
ہے یا صغریٰ اور کبریٰ دونوں میں موضوع ہوگی یہ شکل ثالث ہوگی یا صغریٰ میں موضوع
اور کبریٰ میں معمول ہوگی یہ شکل رابع ہے یہی شکلیں منطق کی علم ہندسیہ میں بھی کام
میں آتی ہیں مگر منطق کی طرح اُس میں صغریٰ اور کبریٰ بنا کے نتیجے نہیں نکالتے
بلکہ اُن دونوں میں ایک قضیہ کا ذکر نہیں کرتے مگر سمجھنے والا اُس قضیہ کو لگا لیتا
جس طرح کہ روزمرہ کی گفتگو کا حال ہے مثلاً پہلی شکل مقالہ اول میں چونکہ نقطہ لا کر
دائرہ ب م ق کا ہے اس واسطے خط مستقیم اب برابر ہے خط مستقیم اس کے
اب میں یہ قضیہ نہیں بیان کیا گیا کہ تمام خطوط مستقیم جو دائرہ کے مرکز سے محیط تک
کہنچے جاتے ہیں آپس میں برابر ہوتے ہیں منطق اور علم ہندسیہ کے برابر میں یہی فرق
ہوتا ہے کہ منطق میں شکلیں بنانا کر اور صغریٰ اور کبریٰ کو قائم کر کے نتیجہ نکالتے
ہیں اور ہندسیہ میں ہی صغریٰ کو قدر کرتے ہیں کبریٰ کو غرض ایک طرف یا دوطرفین
محدوف ہوتی ہیں +

ایک در مثال اس قسم کی شکل اول میں موجود ہے کہ
 کبریٰ چونکہ خط مستقیم اب برابر ہے خط مستقیم اس کے
 صغریٰ خط مستقیم ب س برابر ہے اب کے
 نتیجہ اس واسطے خط مستقیم ب س برابر ہے خط مستقیم اس کے
 صغریٰ میں ب س موضوع اور اب محمول ہے
 اور کبریٰ میں اب موضوع اور اس محمول ہے
 اس اکبر اور ب س اصغر اور اب حد وسط اس شکل میں ہے
 اس شکل میں خط مستقیم کے حدود اور دو خطوط مستقیم کی مساوات ہندسہ کے طور پر
 اور علوم متعارفہ کو مان لیا ہے جب نتیجہ نکلا ہے
 یہ ناممکن ہے کہ خط مستقیم موافق حدود کے یکجہ ہو سکے جس کا نہ طول ہو اور عرض
 نہ ہو یا نقطہ بن سکے جس کا نہ طول ہو نہ عرض لیکن اس سے کچھ براہین ہندسیہ
 خلل نہیں عائد ہوتا کیونکہ جو نتیجہ نکالے جلتے ہیں وہ موافق انہیں حدود کے
 ہوتے ہیں کہ نقطہ وہ ہے جس کے جز نہ ہو سکیں مقام ہو اور خط وہ ہے جس کا طول
 ہو عرض نہ ہو اور سطح وہ ہے جس کا طول اور عرض دونوں ہوں مگر عمق نہ ہو
 نتیجہ نکالنے میں سوائے ان باتوں کے کوئی اور نئی بات انہیں سنیں لگاتار
 صحت نتیجہ کی صغریٰ اور کبریٰ کی صحت پر موقوف اگر شکل میں صغریٰ اور کبریٰ صحیح ہیں
 تو نتیجہ کے صحیح ہونے میں کچھ شک شبہ نہیں ہے اگر صغریٰ یا کبریٰ دو یا ایک غلط
 سے غلط ہو تو نتیجہ غلط نکلے گا اس حالت میں اگر یہ کہتے ہیں کہ نتیجہ صغریٰ کبریٰ سے
 نکلا مگر حقیقت میں وہ نتیجہ خود ان صغریٰ اور کبریٰ میں شامل ہوتا ہے عرض
 جیسا کہ صغریٰ اور کبریٰ اسی طرح سمجھ میں نہ آئیں تو انکا نتیجہ بھی سمجھ میں نہ آئے گا۔
 تسلسل لائل کا جس سے کہ مطلوب پر استدلال کرتے ہیں برہان ہندسیہ یا اثبات

کہلاتا ہے اور برہان دو طرح کے ہوتے ہیں ایک تو یہ عین نتیجہ کو ثابت کریں۔
 دوسری صورت یہ ہے کہ کہیں نتیجہ اگر ثابت نہیں ہوتا تو البتہ نقیض نتیجہ ثابت ہو
 گی کیونکہ ارتفاع نقیضین محال ہے اور یہ نقیض موجب ہوگا پس اس سے ہم صغریٰ ثنائی کے
 اور اصل کبریٰ کو کبریٰ اس ترکیب شکل بنا کر نتیجہ نکالیں گے جو اصل صغریٰ کے منافی ہوگا
 اور ظاہر ہے کہ اجتماع متناقضین محال تو اس سے صاف معلوم ہوگا کہ نقیض نتیجہ کا ثبوت
 محال ہے پس نقیض نتیجہ کا ثبوت محال ہے تو عین نتیجہ کا ثبوت ضرور ہے اور یہی مطلوب
 تھا اسکو ثبوت بہ خلف کہتے ہیں۔

میں
 اقلیدس کے اصول علم ہندسہ میں دو قسم کی شکلیں ہوتی ہیں ہر شکل میں کچھ معلومات ہوتی
 ان معلومات ایک بھول جو ان معلومات سے کچھ علاقہ رکھتا ہے دریافت کرتے ہیں
 پس اگر ان معلومات سے کسی بھول کے دریافت کرنے میں حکم عمل کا ہے تو اسکو شکل
 عملی کہیں گے اور اگر حکم اثبات کا ہے تو شکل اثباتی۔ شکل ثباتی میں قیاس جملی ہوتا ہے
 اور شکل عملی میں کچھ معلومات اور حکم عملی اور انکی قسمیں وہی چار چار طرح کے ہیں
 جو ہم اول کہہ آئے ہیں۔

یہ
 یا شکل صاحب کہتے ہیں کہ یہ فقط برہین ہندسیہ ہی ہیں جنکے یقینی ہونے پر اتفاق کیا
 دینا کا ہے جو بات اس سے صحیح ثابت ہوئی وہ یکے نزدیک پر صحیح ہے اور جو غلط ثابت ہوئی
 وہ یکے نزدیک غلط ہے اسکا سبب ہے کہ ہندس برہان ہندسیہ ان اصول پر

قائم کرتا ہے جو صحیح قاعدے اثبات کے ہیں اور وہ تعداد میں آئیں ہیں +
 اول ہر شے کی تعریف کچھ ہو سکتی ہے مگر ہندس کسی چیز کی تعریف نہیں کرتے جبکہ انکو
 ایسے الفاظ یا معنی نہ ہاتھ آئیں کہ جسے وہ زیادہ سمجھ میں آئیں +

دوم کوئی لفظ ہم لیا نہیں لائے کہ جسکے معنی خوب تو ضیح کے ساتھ نہیں بیان کرتے
 سوم حدود میں وہ الفاظ نہیں استعمال کرتے جنکے معنی معلوم نہ ہوں +

توپر اثبات کا مدار صرف حدود پر نہیں ہے بلکہ اسکے لئے اور مبادی تصدیقیہ کی ضرورت پڑیگی اور یہ مبادی تصدیقیہ اصول موضوعہ اور علوم متعارفہ ہونگے۔ اصول موضوعہ یہ معلوم ہوتا ہے کہ بعض اشیا کا بنانا ممکن ہے اور وہ تجربات سے ثابت ہیں اور علوم متعارفہ مبادی تصدیقیہ ہیں کہ ایسے بدیہی اور ظاہر ہیں کہ محتاج اثبات نہیں لیکن انکو مبادی مسئلہ براہین ہندسیہ کے لئے مان لیا ہے پس اس سے معلوم ہوا کہ حدود اور اصول موضوعہ اور علوم متعارفہ تینوں پر براہین ہندسیہ موقوف ہیں۔

پہلے بیان کر آئے ہیں کہ شکل کیا علی ہوگی یا اثباتی اُسکو آسانی سے سمجھنے کے لئے چھ حصوں میں تقسیم کر لیتے ہیں اور ان خصوصیات کی تفصیل پر و قائل سطح اپنے شرح مقالہ اول قید میں لکھتا ہے کہ

اول دعوی شکل جسمین شرائط شکل کی خواہ اثباتی ہو یا علی بیان ہوتے ہیں۔
دوم بیان دعوی ایک خاص شکل کس شکل کے اس پر شرائط دعوی کو بیان کر کے عیان کرنا۔
سوم جب شکل بجائے تو اس میں اپنے اصلی مطلوب کو مقصود کو بیان کرنا کہ ہم یہ چاہتے ہیں اور اسی پر ساری توجہ کرتے ہیں۔

چہارم اثبات دعوی کے لئے شکل کو موافق اصول موضوعہ کے کامل کرنا۔
پنجم اثبات دعوی اس میں ایک تسلسل شکل منطقیہ کا ہونا ہے اور اس سے نیچے نکالتی ہیں جو معلوم ہوتا ہے کہ دعوی ہمارا صحیح تھا یا غلط تھا یا جو مطلوب تھا رہا اُسکا حاصل ہونا ممکن ہے یا ناممکن۔
ششم نتیجہ آخر اس میں دعوی کو بیان کر کے کہتے ہیں کہ جو قیاس علی اس میں بیان ہوا تھا اسکا محمول ثابت ہوا یعنی مطلب ہمارا حاصل ہوا یا ثابت ہوا۔

اس وقت ہر ایک بڑی دقت دو انگریزی لفظوں کے ترجمہ کر نہیں پڑی ہے اُنکا ترجمہ محاورہ کے موافق شکل ہر جگہ کرنا پڑا ہے حالانکہ معنی اُنکے مختلف ہیں ایک تو شکل کے معنی شبیہ کے ہیں جس میں خط وغیرہ کہنے ہوئے ہوں دوسری شکل کے معنی اوس

بیان کے لئے ہیں جس میں اوپر کے چوکن باتین مذکور ہوتے ہیں بعض جگہ اس کی ہی لفظ کے استعمال سے طلبہ کو شبہ پڑے گا کہ کونسے معنی لگاؤں اگر میں دو لفظ جدا جدا ترجمہ میں تجویز کرتا تو مجھ پرے محاورہ لکھنے کا الزام لگتا۔ میرے نزدیک یہ مناسب ہے کہ پہلے معنی جہاں آ رہی ہو وہاں شکل لکھ دیکھ لکھا لیکن شکل کے دونوں معنی ایسے مانوس الاستعمال ہیں کہ میری نئی گہرت کو کوئی نہیں پوچھتا

شکل ۱۔ مقالہ اول اور دوم میں جسطرح خط مستقیم ایک آلہ عملی سطحوں کے بنائے گئے ہیں اس طرح دائرہ ہے اور اس کا عمل بالکل تیسرے اصول موضوعہ پر موقوف ہو کوئی اور ضمیمہ دائرہ کی ہوا اس کے جوہر و دائرہ اور تیسرے اصول موضوعہ میں بیان ہوئے اور دو مقالوں کے اندر کام نہیں آئے جب دو دائرے اس طرح سے کھینچے جائیں کہ ایک کامزدور کے محیط میں ہو تو ضرور ایک دائرہ کا کچھ حصہ دوسرے دائرہ کے اندر ہو گا اور کچھ باہر اس واسطے کہ ان کے محیط ضرور دو نقطوں پر قطع کریں گے اور ان میں ایک ایک سمت میں خط مستقیم معلوم کے ہو گا اور اس طرح دو مثلث متساوی الاضلاع ایک خط پر بنی گئی۔

شکل ۲۔ اس شکل میں جب نقطہ معلوم نہ تو اس خط مستقیم معلوم میں ہونا اس خط محدودہ میں نہیں ہوگا لہذا اختلاف شکل پیدا ہوئے اور آٹھ مختلف سمتوں میں کھینچے جائیں گے تفصیل اس کی یہ ہے **اول۔** خط معلوم کی دو طرف میں چھینے پر ایک میں اور نقطہ معلوم میں خط ملا یا جاسکتا ہے **دوم۔** اس ملائے ہوئے خط کی دو سمتوں میں دو مثلث متساوی الاضلاع بن سکتے ہیں **سوم۔** مثلث متساوی الاضلاع اب د کا ضلع ب د ہر ایک طرف سے کھینچ سکتا ہے۔

لیکن اس خط مستقیم معلوم میں یا اس خط معلوم محدودہ میں جب نقطہ معلوم واقع ہو تو وہ دو اختلاف جو خط کے ہر ایک طرف اور نقطہ معلوم میں ملانے سے پیدا ہوتی ہیں معدوم ہو جائیں گے اور اس صورت میں صرف چار اختلاف باقی رہیں گے +
ہاں اگر اس کو نصف قطر مقرر کر کے اول دائرہ میں چھینیں دو مثلث متساوی الاضلاع

دب کے ضلع دب کو کہیں چار محیط سے نقطہ ج پر ملائیں اور پھر مرکز اواد نصف قطر ج پر دائرہ ج ک ل کہچین اور د کو خارج کر کے محیط سے نقطہ ل پر ملائیں تو شکل بنانے کی ترکیب نہایت صاف اور سہل ہو جائیگی

اور اسی ترکیب سے ایک چوڑا خط اتنا خارج ہو کر ٹرہ سکتا ہے کہ وہ برابر بڑے خط کو ہو جائے شکل ۳ دعویٰ میں تصریح اس امر کی نہیں ہے کہ خط ک کس طرف سے خط قطع کیا جائے اس لئے اوپر اثبات کی دو صورتیں ہو سکتی ہیں۔ اس شکل کی استعانت سے دو خطوط مستقیم کے مجموعہ اور منفرق کے برابر ایک خط مستقیم دریافت ہو سکتا ہے

شکل ۴ اس شکل میں اول ہی اول مساوات دو مثلثوں کی بیان ہوئی ہے اور دو اور صورتیں مساوات مثلثوں کی ۱ اور ۲ شکلوں میں بیان ہوئی ہیں

ہر عمارت میں بنیاد اور بلندی ہوتی ہے بنیاد کو قاعدہ اور بلندی کو ارتفاع کہتے ہیں یہی دونو لفظ علم ہندسہ میں بھی متعل ہیں اور یہی معنی ان کے اصلی معنی کو مناسب سے لئے جاتے ہیں مگر اتنا فرق ہے کہ قاعدہ عمارت میں ہمیشہ نیچے ہوتا ہے لیکن علم ہندسہ میں یہ ضرور نہیں۔ چھبیسویں شکل کی صورت اول ہی اس شکل کی طرح ثابت ہو سکتی ہے۔

شکل ۵۔ پر فلسفے فوق القاعدہ زاویوں کی مساوات بغیر خارجہ سا قین کے سطح ثابت کی کہ مثلث متساوی الساقین اب س کو کسی باق اب میں نقطہ د متعین کر کے باقی بدستور ترکیب پر لایا یہ شکل نبطاق سے باپس اور طرح ہی ثابت کی ہے فرض کرو کہ مثلث اب س کو مثلث اس با پر طرح چسپان کریں کہ اب منطبق اس پر اور اس منطبق اب پر ہو تو مثلث جو تہی شکل کے زاویہ اب س برابر زاویہ اب س کر ہوگا۔ اگر ایک خط زاویہ اس کی تھیف کر زاویہ فرض کریں تو دعویٰ بہت آسانی سے چوتھی شکل سے ثابت ہے

یہ محاورہ کہ ف س ملاؤ فقہار اس عبارت کا ہے کہ نقطہ ف سے ایک خط مستقیم میں تک کہیں جو اس شکل کے اثبات سے ایک نتیجہ ثابت ہوتا ہے وہ لکھ دیا گیا ہے۔ مامون رشید کو یہ شکل پسند تھی

کہ اپنے ہر لباس پر وہ اس شکل کو بنواتا اس لئے اس شکل کا نام مامونی ہو گیا
 شکل ۱۔ (پیشہ ش) کے ایک حصہ کا عکس یہ بیان عکس کا ذکر آیا اس لئے ہم اس کو مفصل بیان کرتے ہیں
 عکس سے کہتے ہیں کہ قضیہ ہندسیہ دو نو طر فونین سے ایک کے دو سہ جگہ کہیں یعنی موضوع اور
 مقدم کو محمول اور تالی کی جگہ کہیں اور محمول اور تالی کو موضوع اور مقدم کی جگہ اور صدق اور
 ایجاب اور سادجہ ن کا تون رہنے دین تو اسے عکس کہتے ہیں مثلاً شکل ۱۱م میں مقدم مساوات
 ضلعا ہے اور تالی مساوات زاویوں کی تہی مقدم کو تالی کی جگہ اور تالی کی جگہ مقدم کو کہا تو
 مساوات زاویوں کی مقدم اور مساوات ضلعا کی تالی ہوئی

ایک عکس کی اور قسم کہ قیاس ہند میں قضیہ کہے ہوں اور سب کا محمول ایک ہوا اب ان متعدد
 قضیوں میں فقط ایک قضیہ کو محمول کے ساتھ ملا کر عمل عکس کرین اس طرح کا عکس شکل ۱۱م
 میں پایا جاتا ہے یہ بھی بیان کرنا ضروری ہے کہ ہم ضرور نہیں کہ اگر ایک مسئلہ ہندسیہ کلیتاً صحیح ہو تو اس کا
 عکس بھی صحیح ہو مثلاً اگر دو مثلثوں کے تینوں ضلعے متناظر ہوں تو ان کے تینوں زاوے
 متناظر بھی برابر ہوں گے مگر عکس کا صحیح نہیں کہ اگر دو مثلثوں کے تین زاوے متناظر ہوں تو ان کے
 ہوں تو ضرور نہیں کہ اگر ان کے ضلعے ہی آپس میں برابر ہوں تو ان کے تینوں زاوے ہندسیہ میں اور ان
 شرطوں کا ہونا ضروری نہیں ہوتا جتنا او کے نہیں ہیں ہونا ضرور ہوتا ہے یہاں بغیر عکس میں
 فرق ہند طالب علم کو سمجھنا چاہئے تا قضاہ میں قضیوں کے اختلاف کو کہتے ہیں کہ ایک قضیہ کے مساوی
 ہونے سے دوسرے قضیہ کا کاذب ہونا ضرور ہوا اور اس طرح ایک کے کاذب ہونے سے دوسرے کا صادق
 ہونا بھی ضروری ہو مبنیوں کی یہ بڑی غلطی ہے کہ وہ قضیہ سالبہ کلیہ کے صحیح ہونے سے قضیہ موجبہ
 کلیہ کو صحیح جانیں بلکہ صحیح اصول یہ ہے کہ قضیہ موجبہ کلیہ جب صحیح ہو تو اس کے نقیض قضیہ سالبہ کلیہ
 کو غلط جانیں

شکل ششم۔ ایک مثال ثبوت خلف کی ہر اسکا حال ہم پہلے بیان کر کے ہیں ہند یہ بیان کرنا
 اور ضرور اگر اس کی شکل جو عکس پر باقی کے شکلوں کے ہیں اور ان کا ثبوت بہ خلف اکثر آتا ہے جب نتیجہ کو

ثابت نہیں مانتے تو فیض نتیجہ کو صحیح مانتے ہیں اور اس سے آخر کو نتیجہ باطل نکلتا ہے اسی معلوم ہوتا ہے
طرفین شکل میں کسی کوئی غلطی جو نتیجہ غلط نکالنا ممکن ہے کہ صغریٰ اور کبریٰ صحیح ہوں اور ان
سے نتیجہ باطل نکلے جہاں ہم یہ کہتے ہیں کہ یہ باطل ہے تو اویسیہ سمجھا جائے کہ کوئی نتیجہ ہمیں صغریٰ
صغریٰ کے نکالنے یعنی خلاف اس فرض کو جو دعویٰ میں مانا ہے نتیجہ نکلا ہے جیسی شکل کی ضرورت
دوسرے مقالہ کی جو یہی شکل تک نہیں پڑتی اسلئے اگر اسکو کہیں اور اوٹھا کر کہیں تو کچھ جڑی
نہیں عام ہوگی مثلاً اٹھارہویں شکل کے بعد ہم نے اس سے کہا تو وہ اس طرح ثابت ہوگی

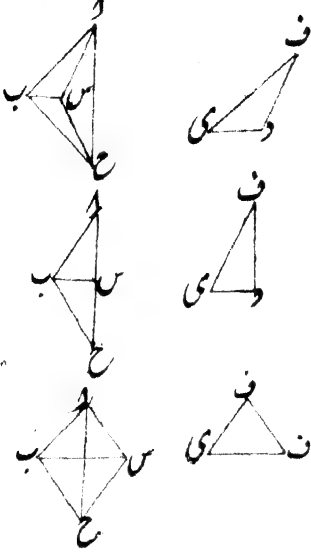
کہ فرض کرو اب اس مثلث چر بگاڑو یہ اب اس برابر ہے زاویہ اس ب کی تو ضلع اب برابر ہوگا
ضلع اس کے ہو سکی کہ اگر وہ برابر نہ ہو تو انہیں سے ایک بڑا ہوگا فرض کرو کہ اب ہڑا ہے تو حکم
(۱۸ ش ام) کے زاویہ اس ب بڑا زاویہ اب اس سے ہو گا اور یہ باطل ہے اسلئے مساوات مثلاً
ثابت ہے اور اگر (۲۴ ش ام) کی بعد لکھیں تو زاویہ اب اس کے خط مستقیم سے جو قاعدہ سے
لفظہ دیر ملے نصف کرو تو حکم (۲۶ ش ام) مثلثات اب دا اور اس دسب طرح اسپین

برابر ہو گئے۔ یہ شکل بھی مثلثات کے انطباق سے ثابت ہو سکتی ہے

شکل ۱۱۔ اصل دعویٰ قلیدس کا یہ ہے کہ اگر دو خطوط ایک خط مستقیم کے ہر ایک طرف پر ملین تو ممکن
نہیں کہ انہیں سے وہ جو ایک طرف پر ملتی ہیں اسپین برابر ہوں جن کو اسکو بلا کر طرح کہنا
شکل ۱۲۔ جب تین ضلعے ایک مثلث کردوسرے مثلث کریں تو ضلعوں پر منطبق ہوں تو کل مثلث
کل مثلث پر منطبق ہو جاوے گا اور دونوں مثلث رقبہ میں برابر ہو جائینگے لیکن اقلیدس نے
مساوات مثلثوں کے رقبوں کے سوا شکل چہارم کے کہیں اور نہیں لکھی

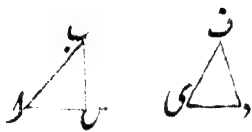
آٹھویں شکل میں خلف سب بالکل برابر طرح ہو سکتی ہے کہ فرض کرو اب اس اور دمی ف دونوں
مثلثات طرح چسپان کئی جائیں کہ قاعدہ اس پر قاعدہ دمی منطبق ہو جائے اور اس کے
مقابل سمتوں میں اس اور ج واقع ہوں ملاؤں چونکہ اس ح مثلث متساوی الساقین
اسلئے حکم (۲۵ ش ام) کے زاویہ اس اور اس ح و اسپین برابر ہیں اور اس طرح زاویہ

ب ا ج اور ب ج ا آپس میں برابر ہیں پس کل زاویہ ب ا س برابر ہوگا کل زاویہ ب ج س یعنی
میت دے



اسکے تین اختلاف ہو سکتے ہیں کہ ا ج قاعدہ کو قطع کر
دوم باہر قاعدہ سے ا ج واقع ہو اس صورت
میں زاوے ب ا ج اور ب ج ا آپس میں برابر
ہوں گے اور زاوے س ا ج اور س ج ا بھی
آپس میں برابر ہوں گے اس واسطے ان کے فرق پر
زاوے س ا ب اور س ج ب بھی آپس میں برابر ہوں گے

سوم ا ج قاعدہ کے کسی طرف میں گذرے تب تو ثبوت ظاہر ہے بعض وقت یہ شکل اس طرح
بھی ثابت ہوتی ہے کہ مثلث دی ف کو



نصرون میں مثلث ا ب س پر منطبق کر دو چونکہ
میت ف اور ا ب برابر ہیں تو نقطہ ف اوس
دائرہ کے محیط میں واقع ہو گا جو ا کے مرکز اور
ا ب کے نصف قطر پر کھینچا جائے اور اسی دلیل سے

ف اوس دائرہ کے محیط میں واقع ہو گا کہ س کے مرکز اور س ب کے نصف قطر پر کھینچا جائے
پس اس اوس نقطہ پر چاہے کہ واقع ہو جائے دائرہ کا قاطع کرنے میں اور اس ب بھی اوس نقطہ پر
چاہے واقع ہو اس واسطے نقطہ ف الخ

مثلاً - اس سے سمت بعید میں مثلث متساوی الاضلاع بنائیں کی قید اس لئے ہے کہ اگر وہ نہ ہو
اور مثلث او س طرف ہو جو طرف دی ہو تو ممکن کہ نقطہ ف نقطہ ا پر منطبق ہو جائے تو یہ ثبوت
کی اوجہ صورت ہو جائے گی

اگر ب ا اور ا س ایک خط مستقیم میں ہوں تو صورت سوال کی وہی ہو جائیگی جو (مثلاً م) کے

یعنی ایک خط ایسا کھینچو کہ اس زاویہ کے جو دو قائمہ کی برابر ہو تصنیف کرے
۹ ش ام میں اگر تہ خارج کیا جائے تو وہ اس زاویہ کی تصنیف کر لیا جائے قائمہوں سے
بقدر زاویہ معلوم کے کم ہے

اس شکل کے ذریعہ سے ایک زاویہ چار و آٹھ وغیرہ برابر حصوں میں تقسیم ہو سکتا ہے
شکل ۱ اس شکل کی ہمتاقت سی ایک خط مستقیم کے چار و آٹھ برابر حصے ہو سکتے ہیں اور
ثلث متساوی الاضلاع کی جگہ ثلث متساوی الساقین بنائے تو یہی سطحی شکل ثابت ہوتی
شکل ۱۱ اگر نقطہ خط محدود کے ایک طرف واقع ہو تو بموجب دوسرے اصول موضوعہ خط کو

خارج کرو اور پہلی طرح سے اپنا مطلب حاصل کرو اس میں ۳۳ م کے حاشیہ کو دیکھو
دو نقطوں کے درمیان فاصلہ وہ خط مستقیم ہوتا ہے جو ان میں سے کسی ایک کے نقطہ کا خط مستقیم
سے فاصلہ وہ چھوٹے سے چھوٹا خط ہوتا ہے جو اس نقطہ سے اس خط تک کھینچی جائے
اس شکل سے یہ ثابت ہوتا ہے کہ ایک نقطہ سے ایک خط معلوم پر ایک ہی عمود نکل سکتا ہے اور یہ
عمود سب خطوں سے جو اس نقطہ سے اس خط تک کھینچی جائیں چھوٹا ثابت ہو سکتا ہے اور باقی
خطوط میں سے جو اس عمود کے قریب ہو گا وہ چھوٹا ہو گا اور اس خط سے جو اوجہ ہو گا اور صرف
وہ خط مستقیم ہے برابر اس نقطہ سے کھینچ سکتے ہیں جنہیں سے ہر ایک عمود کی ہمت میں ہو گا
یہ خاصیت ۱۸ ویش ۳۳ م سے ملتی ہوئی ہے

جو نتیجہ اس شکل کے ساتھ ملحق کیا ہے وہ خالی لا عرض سے نہیں سوسلی کہ ہم یہ نہیں جانتے
کہ عمودی بک سطحی لکھ لگا اگر مقالہ اول کے گیارہویں شکل کا حکم لگائیں تو ضرور یہ کہ اب کو
خارج کریں اور جب خارج کریں تو یہ ثابت کرنا چاہئے کہ وہ ایک ہی طرح خارج ہوتا ہے
کیونکہ بغیر اسکے ہم نہیں جان سکتے کہ صرف ایک ہی عمود نکل سکتا ہے پس عمودی اور دلیل
ایک ہوا جاتا ہے یعنی ہمیں نتیجہ کے ثابت کرنے میں یہ بات ان لی ہے کہ ایک خط مستقیم ایک
طرح خارج ہوتا ہے حالانکہ یہ بات اور یہ بات کہ دو خطوط مستقیم کا ایک خط مستقیم کا حصہ نہیں

نہیں ہو سکتا ایک ہی ہین

۱۳ اش ام کے بعد یہ نتیجہ بغیر کسی اعتراض کے ثابت ہو سکتا ہی ہو ا سطر کی کہ فرض کرو اگر ممکن ہو کہ دو خطوط مستقیم اب س اور اب د کا س اب مشترک حصہ ہے نقطہ ب سے کوئی خط ہی کہینچو تو حکم (۱۳ اش ام) کے زاوے اب سی اور سی ب د ملکر برابر دو قائمون کے ہین اسوا سطر زاوے اب سی اور سی ب س برابر ہوئے زاویوں اب سی اور سی ب د کے اسوا سطر زاوے اب سی اور سی ب د برابر ہوئے اور یہ باطل ہے

اگر اصول ہندسہ میں اس بات کا ذکر کرنا ضروری ہے کہ دو خطوط مستقیم کا ایک خط مستقیم حصہ مشترک نہیں ہو سکتا تو اس کے تخصیض کیا رہوین شکل سے کیون کی گئی بلکہ اس کا کام تو اس سے پہلے پانچوین ہی شکل میں پڑتا ہے اگر دو خطوں کا حصہ مشترک اب ہو سکتا ہے اور نقطہ ب سے جا رہو تا ہے تو ب س کے دوسری طرف دو مختلف زاوے ان حصوں کے خارج ہونے سے پیدا ہونگے اور ہر ایک انوین کا برابر ب س کہ ہوگا یہ سب جھگڑے اگر ہم شش خط مستقیم کو دیکھیں تو رفع ہو جائینگے

شکل ۱۱۔ تیسرے اصول موضوعہ کا اقتضایہ یہ ہے کہ پہلے خط س د وصل کیا جائے اور ہر مرکز س اور نصف س د پر دائرہ بنایا جائے۔ خط کو غیریود ہوا سطر فرض کیا ہے کہ دائرہ خط کو کاٹ سکے۔

اقلیدس میں کہیں تو یہ لکھا ہے کہ خط زاویہ قائمہ بناتا ہوا نکالو اور کہیں یہ لکھا ہے عمود نکالو صورت اول میں ۱۱ اش ام کا حکم اور صورت دوم میں حکم ۱۲ اش ام کا لگایا گیا ہے مگر اب اس قید کی کچھ ضرورت نہیں ہے

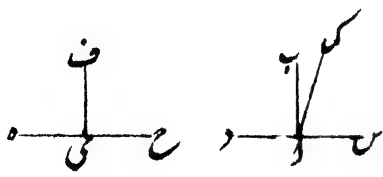
شکل ۱۲۔ اس شکل سے ظاہر ہوتا ہے کہ اگر ایک خط مستقیم کے کسی ایک نقطہ پر کسی خطوں زاوے بنائیں تو وہ سب ملکر برابر دو قائمون کے ہونگے۔ دوم اگر دو خطوط مستقیم تقاطع ہوں تو ہین چاروں زاوے جو پیدا ہونگے ملکر برابر چار قائمون کے ہونگے۔ سوم جو خطوط فاصل کے دو

اب س اور اب د کی تضییف کرینگے اونکے درمیان زاویہ قائمہ ہوگا۔
 چہارم زاوئے اب س اور اب د ملکر برابر دو قائمون کے ہیں اسلئے ہر ایک کو تہمہ
 دو قائمون کا کہتے ہیں اور اگر دو زاوئے ملکر برابر ایک قائمہ کے ہوں تو ہر ایک کو
 تہامی قائمہ کے کہینگے

مشکل ۱۔ یہ شکل ۱۱ ام کا عکس ہے اور مقابل سمتوں کی قید اس سبب لگائی گئی ہے
 کہ اگر وہ نہ ہو تو ممکن ہے کہ دو خطوط مستقیم ایک تیسرے خط مستقیم کے ساتھ دو زاوئے قائمہ
 اسطرح پیدا کریں کہ وہ خود دو نو ملکر ایک خط مستقیم میں نہ ہوں۔ اقلیدس کی شکل میں
 خط ب سی کا جسطرح اوپر بنا ہوا ہے اسطرح نیچے بھی واقع ہو سکتا ہے ثبوت دونو حالتوں میں
 ایک ہی جب یہ کہتے ہیں کہ دو زاوئے اب س اور اب سی ملکر برابر ہوں دو زاویوں
 اب س اور اب د کے تو اونکی مساوات کا حکم علوم سے لگاتے ہیں حالانکہ او س میں
 ۱۱ علوم کا حکم لگانا ضرور ہے اسلئے بعض ترجموں میں دونوں میں سے ایک ہی نہیں لکھا

گیارہویں علوم متعارفہ کا ثبوت

جسطرح یہ علوم متعارفہ ثابت ہوا ہے اوپر کوئی اعتراض موافق اصول قیاس نہیں ہوتا
 فرض کرو کہ اب زاویہ قائمہ د اس کو ساتھ
 نقطہ ایہ بنانا ہے اور ہی ق زاویہ قائمہ ج ہی ہ
 کے ساتھ نقطہ ج ہی پر تو زاویہ اب س برابر ہوگا
 زاویہ ج ہی ف کے کوئی خط اس متعین کو کے



اد اور ج ہی اور ج ہی برابر اس کے بناؤ اب ج ہی کو د اس پر اسطرح چسپان کرو کہ نقطہ ہ تو
 نقطہ د پر ہوا اور ج منطبق دس پر ہوا اور اب اور ف دونو ایک طرف دس کے ہو تو ج منطبق
 س پر ہوگا اور ج ہی منطبق آد پر اور ج ہی ف منطبق اب پر اور اگر اب پر منطبق نہ ہو تو کسی

اور طرح مثلاً ایک کی طرح واقع ہوگا تو زاویہ س ایک برابر ہوگا زاویہ ہ کی ف کی اور زاویہ س ایک برابر ہے زاویہ ج کی ف کے لیکن زاویہ ج کی ف اور ف کی ہ اسپین ہر جب فرض کے برابر ہیں تو زاویہ د ایک برابر ہوگا زاویہ س ایک کے لیکن زاویہ د ایک اور س ایک بھی اسپین برابر ہیں اور زاویہ س ایک بڑا ہے زاویہ س ایک سے ہوا سطحی زاویہ د ایک بڑا ہوگا زاویہ س ایک سے تو زاویہ د ایک بدرجہ او لے بڑا ہوگا اس ایک سے لیکن پہلے ثابت ہو چکا ہے کہ زاویہ د ایک برابر ہے زاویہ س ایک کے اور یہ باطل ہے ہوا سطحی کی ف منطبق ایک پر ہوگا اور ہوا سطحی زاویہ ج کی ف منطبق ایک پر ہوگا اور اس کے برابر ہوگا

طالب علم کو چاہئے کہ وہ دعویٰ میں اس شرط کو کہ وہ خطوط جو زاویے بناؤں میں مقابل ہوں سے کہنیے جائیں ضروری جانے لے کہ اگر یہ شرط نہ ہو تو ہو سکتا ہے کہ خطوط ایک خط کے ساتھ زاویے برابر دو قائمون کے بنائیں مگر وہ ایک خط مستقیم میں نہ ہوں

شکل ۱۔ اس شکل سے توضیح زاویہ کی تعریف کی ہوتی ہے اگر زاویہ کے اس پر خطوط مستقیم اپنے مقابل طرف سے کہنیے جائیں تو خطوط خارج شدہ میں ایسا میلان ہوگا جیسا کہ اصلی خطوط میں تھا مگر مقام مختلف ہوگا

اقلیدس نے اس شکل کا عکس نہیں ثابت کیا یعنی یہ نہیں ثابت کیا کہ اگر ایک نقطہ پر چار خطوط مستقیم ناوئے ایسے بنا دیں کہ ان میں مقابل کے دو دو اسپین برابر ہوں تو مقابل کے خطوط مستقیم ملکر ایک خط مستقیم میں ہوں گے

ثبوت اس شکل کا نہایت مختصر طرح ہو سکتا ہے کہ مقابل کے ہر ایک زاویہ کا تمہ دو

قائمون کا ایک ہی زاویہ ہے اس لئے مقابل کے زاویے اسپین برابر ہیں

یہ بات ظاہر ہے کہ جتنے زاویوں کے تتے اسپین برابر ہوں وہ اسپین برابر ہوں اور جب خود ہر ہر ہوں تو ان کے تتے باہم برابر ہوتے ہیں

شکل ۱۶۔ ہر ایک زاویہ مثلث کا دوسرا زاویہ کے قیام سے چھوٹا ہوتا ہے
شکل ۱۷۔ یہ شکل اپنے ماقبل کی شکل کا نتیجہ صریح ہے اور ۱۲ علوم متعارفہ کا عکس ہے مثلث کے
 زاویوں کو باب میں ۲۲ شام کافی ہے یہ شکل اور سولہویں شکل و نو فصول میں
شکل ۱۸۔ ان دونوں شکلوں میں باہم وہی تعلق ہے جو ۵ و ۶ میں تھا یعنی ایک دوسرے کے
 عکس ہے اور ہر عکس کا ثبوت برہان خلفی ہی ہوتا ہے اگر طالب علم ان دونوں شکلوں کو کہنے
 میں دعویٰ کے آخر بیان کو ایسا حلقہ ملط کر دیتے ہیں کہ یہ نہیں معلوم ہوتا کہ شرط کیا ہے
 اور اس کی جزا کیا ہے

اگر بڑے ضلع میں سے چھوٹے ضلع کے قطع کرنے کی جگہ چھوٹے ضلع کو برابر بڑے
 ضلع کے بنالین تو وہی دعویٰ اسطرح ثابت ہو جائیگا ان دونوں اور پانچویں اور چھٹی شکلوں کو
 ملا دیں تو یہ ایک دعویٰ بنیگا کہ ایک ضلع مثلث کا دوسرے ضلع ہی چھوٹا بڑا برابر ایسا ہوتا ہے
 جیسا کہ اس کے مقابل کا ایک زاویہ دوسرا زاویہ سے چھوٹا بڑا برابر ہوتا ہے

شکل ۱۹۔ اس شکل کا نام جاری اس سبب رکھا گیا ہے کہ ہر دو قسمن میں شرح میں لکھتا ہے کہ
 وہ ایسی بدیہی ہے کہ گدہا ہی اس سے سمجھتا ہے

اس شکل کا یہ نتیجہ صریح ہے کہ دو نقطوں کے درمیان خط مستقیم سب خطوں سے
 چھوٹا ہوتا ہے اسطرح کہ نقطہ خواہ کیسا ہی نزدیک اب کے ہو

بالا اور اس کے مجموعہ خط مستقیم سب چھوٹا ہی ہوتا ہے اور یہ بھی معلوم ہوتا ہے کہ مجموعہ
 تینوں ضلعوں کا ملکہ ایک ضلع کے دو چند سے بڑا ہوتا ہے اور دو ضلعوں کا تیسرے ضلع سے چھوٹا
 اور اس شکل سے یہ بات بھی آسانی سے ثابت ہوتی ہے کہ ملحقہ تینوں ضلعوں کا تیسرے ضلع سے
 چھوٹا ہوتا ہے۔

یہ شکل اس طرح ہی ثابت ہو سکتی ہے کہ تیسرے ضلع میں سے اس سے برابر
 سب کے قطع کریں تو نقطہ کیا ضلع اس کے اندر واقع ہو گا یا باہر ہو گا اگر وہ باہر

واقع ہوتا ہے تو اس بڑا اس سے ہوا اسلئے اس بڑا اور بڑا ملکر

بدرجہ اولے بڑے اس سے ہوئے اور اگر وہ اندر واقع ہوتا ہے

تو بڑا کھینچو جو کہ مثلث اس بڑا متساوی الساقین ہوا اسلئے

راویہ اس بڑا برابر ہے اس بڑا کے لیکن خارجہ زاویہ اس بڑا

بڑا نسبت ناویہ داخلہ بڑا کے ہے اور زاویہ خارجہ بڑا ہے زاویہ داخلہ اس

سے اس لئے زاویہ بڑا بدرجہ اولے بڑا ہوا زاویہ اس سے ہوا اسلئے اب بڑا ہوا

اور اسلئے اب اور اس بڑا کے ہوئے اور اس سے لینے اس سے

شکل ۲۱ مثلث اگر ایک نقطہ تک جو خط مستقیم کھینچے گئے ہیں وہ ضرور ہے کہ قاعدہ کے

اطراف سے کھینچے گئے ہوں اگر اور طرح سے کھینچے جائیں تو ممکن ہے کہ قاعدہ کے دو نقطوں سے دو خط مثلث

اندرا یک نقطہ تک پہنچے جائیں اور مجموعہ اور بڑا مجموعہ اضلاع سے ہو لیکن یہ صورت اس

حالت میں تو ممکن نہیں کہ مثلث متساوی الاضلاع یا متساوی الساقین جبکہ قاعدہ ہر ایک

سے چھوٹا ہوا اس صورتوں میں ممکن ہے کہ مثلث اگر ایک نقطہ ایسا دریافت کیا جائے کہ

اس سے دو خط مستقیم قاعدہ کو دو نقطوں تک پہنچے گئے ملکر اسے مجموعہ اضلاع سے ہوں

اس شکل کے ثابت کر سکیں جو برہان قائم کی گئی ہے اگر اس کے نتیجہ کو مثال منطقی میں لاکر نکالیں

تو خدا و ملازمین داخل کرنی پڑے گی اور فقط یہ دلیل کہ چونکہ اب اور اس بڑے ہیں

ہاں ہی اور می اس سے اور بڑا ہی اس ملکر بڑے ہیں بڑا اور اس سے اس واسطے

بڑا اور اس ملکر بڑے ہوئے بڑا اور اس سے ایک شکل منطقی محذوف الطرف نتیجہ

نکالنے کے لئے غیر کافی ہوگی تکمیل اس کی قضیہ کے شامل کرنے سے ہوگی کہ اگر بڑا ہی اور می اس

ایک بڑی مقدار بڑا اور اس سے ہو تو ہر ایک مقدار بڑی بڑا ہی اور می اس سے بڑی ہو

اور اس سے ہوگی اور منطقی شکل یوں مرتب ہوگی

چونکہ بڑا اور می اس میں بڑا اور اس اور کچھ اور زیادہ شامل ہے

اور بی اور سی میں بد اور دس اور کچھ زیادہ شامل ہے
 پہلا پہلا بد اور سی میں بد اور دس اور کچھ زیادہ شامل ہے
 پس یہ نتیجہ نکلا کہ اب اور اس بڑی بد اور دس سے ہونے

شکل ۳۲ اقلیدس کی یہ عادت ہے کہ کسی قوم و ظاہری باتوں کو ثابت کرنی چاہتا ہے اور
 کسی چیز میں جو اس شکل میں اور ان دونوں کا جو نامین ثابت کیا یہ اثر من و سپر کیا گیا ہے
 اس میں جواب اس اعتراض کا ہے کہ اقلیدس کی خبر نہیں تھی کہ ایسی حق ہی اور اقلیدس کی
 پرینٹنگ جو ایسی آسان بات کو سمجھنے کے لیے جواب کا کافی نہیں ہے اس لیے کہ اقلیدس نے ایسی
 صریح باتوں کو بہت گناہ ثابت کیا ہے۔ اگر تین خطوط معلوم ہیں سے دو برابر یا چوتھے تیسرے
 خط سے ہونے کو شکل بنانے سے صاف معلوم ہو جائیگا کہ مثلث کا بنا اور حالت میں نامکمل ہے
 اور (دس) میں ہم نے لکھا ہے وہ بیان ہی لکھتے ہیں کہ جب دس سے اس میں کچھ ایک
 دوسرے کے اندر کی طرح واقع ہوتے ہیں تو ضرور دو نقطوں پر قطع ہوگا اور اس پر مثلث
 شکل ۳۳ میں برابر میں ہی کے قیاس کرین اور مثلث متساوی الساقین کے ذریعہ یہ شکل کی
 صورت کو آسان ہو جائیگی تاکہ اس سے وہ صورت خاص بنائیگی (اس اہم) ایک خاص صورت
 اس شکل کی ہے

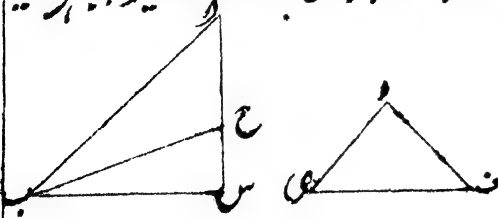
شکل ۳۴ میں یہ شرط لگائی ہے کہ زیادہ سی اور نقطہ دیر صناع دسی کے جو ضلع دی گئے اور
 دس میں سے برائین ہی بنا دیا جائے اگر یہ شرط نہ ہو تو اور مختلف صورتیں شکل کی پیدا ہوں
 نقطہ دیا تو سی میں واقع ہو یا دس سے اوپر یا نیچے اگر حسن کی اس شرط کو مان ہی لین تو یہ
 اعتراض ہوگا کہ فن کا نیچے ہونا سی سے ثابت ہو کر دس کو مستحق اس طرح بیان کیا ہے
 کہ یہ خیال کی انتہا ہے آسان ہے چوں کہ برابر دس کو ہے تو دس کے مرکز اور دس کے نصف
 قطر پر جو دائرہ کھینچا جائیگا اور اس کا محیط نقطہ پر گزرے گا اور اس میں جو سی میں واقع ہوگا جو سی
 اوپر کیلئے ہے اس لیے کہ دس اوپر دس کے اس سے کچھ زیادہ سی درج بڑا

زاویہ ی د ف سے ہی لیکن ہم اسکو سطح ثابت کرتے ہیں کہ فرض کرو د ف اور ی ح کا نقطہ تقاطع ہ سے تو حکم (۱۶ اش ام) کے زاویہ د ح بڑا بہ نسبت زاویہ د ی ح کے ہوگا اور حکم (۱۹ اش ام) کے زاویہ د ح بڑا بہ نسبت زاویہ د ی ح کے ہے ہوا سطرے زاویہ د ح بڑا زاویہ د ح سے ہوا اسواسطے وہ کم بہ نسبت د ح کے حکم (۲۰ اش ام) کے ہوا اسواسطے وہ کم بہ نسبت د ف کے ہوا

اگر سمت کی شرط کو ارا دین تو دو اختلاف پیدا ہونگے اگر ف واقع ی ح پر ہوتا ہے تو ظاہر ہے کہ ی ف بہ نسبت ی ح کے کم ہوگا اور اگر ف اوپر ی ح کو واقع ہو گیا ہے تو مجموعہ د ف اور ی ف کم بہ نسبت مجموعہ د ح اور ی ح کے حکم (۲۱ اش ام) کے ہوگا اور اسواسطے ی ف کم بہ نسبت ی ح کے ہوگا

شکل ۲۵۲-۲۵۱ اسپین وہی تعلق رکھتی ہیں جو وہ ۶ شکل کہتی تھیں یا چوتھی اور آٹھویں۔ چوتھی اور آٹھویں اور چوبیسویں اور پچیسویں شکلوں کے دعوی اس ایک شکل میں آسکتے ہیں کہ اگر ایک مثلث کو دو ضلع برابر ہوں دو سکر مثلث کو دو ضلعوں کے موافق اپنی اپنی نظیر کے تو باقی ضلع ایک مثلث کا دوسرے مثلث کو باقی ضلع سے چھوٹا بڑا برابر ایسا ہوگا جیسا کہ اس کے مقابل کا زاویہ ایک مثلث میں چھوٹا بڑا برابر دوسرے مثلث کے مقابل کے زاویہ سے ہے شکل ۲۶ (۲۲ اش ام) کے بعد یہ بات ظاہر ہو جائیگی کہ اگر ایک مثلث کو دو زاوے برابر دو سکر مثلث کو دو زاویوں کے موافق اپنی اپنی نظیر کے ہوں تو تیسرے زاویوں بھی اون مثلثوں کے اسپین برابر ہونگے اور اس شکل کا کام بھی ۲۲ اش ام سے پہلے نہیں پڑتا اسلئے اگر یہ شکل بعد ۲۳ اش کے مقرر کجائے تو او کے دعوے کو دو صورتیں اس طرح اس ایک دعوی میں آجا دینگے کہ اگر ایک مثلث کے تینوں زاوے برابر دوسرے مثلث کے تینوں زاویوں کے ہوں موافق یا اپنی اپنی نظیر کے اور اول کا ایک ایک ضلع مقابل مساوی زاویوں کے برابر ہو تو مثلث سب طرح سے برابر ہونگے

پہلا حصہ مقالہ اول کا یہاں ختم ہوتا ہے اور مین تین اشکال عظیمہ ثابت ہوئی ہیں
 ۴ ش ۱۸ ش ۲۶ ش ۲۷ ان تینوں شکلوں میں یہ ثابت کیا ہے کہ اگر مثلثوں کے
 تین تین جہاتیں برابر ہوں تو وہ مثلث سبط سے آپس میں برابر ہوں گے اس کے برخلاف ہمیں
 پیدا ہوتے ہیں کہ جب دو مثلثوں کے تین تین زاویے آپس میں برابر ہوں تو وہ آپس میں برابر
 ہونگے یا نہیں اور جب ایک مثلث کو دو ضلع برابر دو دوسرے مثلث کو موافق اپنی
 نظیر کے ہوں اور دوسرا وی الاضلاع کے مقابل کے زاویے آپس میں برابر ہوں تو یہ مثلث
 آپس میں برابر ہونگے یا نہیں پہلی صورت تو بعد ۳ ش ۴ م کو ظاہر ہو جاوے گی مثلث آپس میں نہیں برابر
 ہونگے دوسری صورت میں بھی ضرور نہیں کہ مثلث متساوی ہوں مثلاً ۱۸ ش ۱۹ م میں یہ بھی بخوبی
 عیاں ہو گا اگر ف ب ملاوین تو دو مثلثوں ف ب ی اور ف ب ی ضلع ف ب اور زاویہ ف ب ی مشترک
 ہیں اور ضلع ف ب برابر ہے ضلع ف ب ی لیکن مثلث سبط سے آپس میں برابر نہیں ہیں لیکن
 بعض خاص صورتوں میں مثلث سبط آپس میں برابر ہونگے اور کا حال لکھتے ہیں
 اگر دو مثلثوں میں دو دو ضلع اپنی اپنی نظیر کو برابر ہوں اور دوسرا وی ضلعوں کے مقابل زاویے
 آپس میں برابر ہوں اور باقی متساوی الاضلاع کر سکتے ہو تو دو دو ہوں گے اور دو منفرد یا ایک
 ہو تو مثلث سبط سے آپس میں برابر ہونگے فرض کرو کہ اب س اور دی ف دو مثلث ہیں اور
 او مین ضلع اب برابر ہے ضلع دی کے اور ب س برابر ہے ف کے اور زاویہ ا ب س برابر ہے زاویہ
 د کے اول یہی فرض کرو کہ

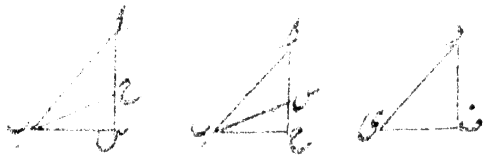


دو دو زاویے س اور ف حاد ہیں
 اگر زاویہ جی برابر زاویہ ب کرے تو بحکم

(۴ ش ۱۸ م) کہ مثلث اب س برابر ہو گا مثلث دی ف کا اور دعوی ثابت ہو گا در اگر زاویہ ب
 برابر زاویہ جی کے نہ تو فرض کرو کہ کوئی او مین س د دوسرے سے بڑا ہو گا مثلاً بڑا ہی سی ہو تو زاویہ
 اب ج برابر زاویہ جی کے ہوا تو بحکم (۴ ش ۱۸ م) کے دو مثلث اب س اور دی ف سبط

اے سین برابر ہونگے اسلئے سب برابر ہوا ف کے اور زاویہ سب برابر ہوا زاویہ
 ح کے لیکن زاویہ ح ف د بموجب فرض کے حادہ ہے اسلئے زاویہ سب د حادہ ہوا
 اسلئے حکم (۱۲) ام کے زاویہ سب منفرج ہوا اور یہ ثابت ہو چکا ہے کہ سب برابر ہے
 ح ف کے اور ح ف برابر ہے پس اس کے برابر ہوا سب کو اسلئے حکم (۱۳) ام کے
 زاویہ سب س برابر ہوا زاویہ سب کے اور زاویہ سب بموجب فرض کے حادہ ہوا تو زاویہ
 سب س ہی حادہ ہوا اور پہلے منفرج ثابت ہو چکا ہے ہوا باطل ہے اسلئے ثابت ہوا کہ زاویہ سب
 اور ح ف چوتھے ہیں بلکہ برابر ہیں اور جب برابر ہوں تو حکم (۱۴) ام کے تحت میں
 مثلث برابر ہوں گے

دوسری صورت میں فرض کرو کہ زاویہ سب اور زاویہ ح ف برابر ہوں تو ثابت ہوگا
 صورت آخر یہ ہے کہ ح ف د
 کہ زاویوں میں سے ایک مثلاً اس
 قائمہ ہے اگر زاویہ سب برابر ہی کے



نہ تو زاویہ سب برابر زاویہ ح ف کے ہوا تو بطور سابق ثابت ہو چکا کہ سب برابر ہوں گے
 اسی واسطی زاویہ سب برابر ہوں گے اور سب برابر ہوں گے اسلئے متساوی ہوں گے اور زاویہ سب قائمہ ہوں گے تو زاویہ
 سب س ہی قائمہ ہوا اسلئے مثلث سب س کے زاویہ ح ف د برابر ہوں گے اور یہ حکم
 (۱۵) ام کے محال تو ثابت ہوا کہ زاویہ سب اور ح ف برابر ہوں گے بلکہ برابر ہیں اسلئے حکم
 (۱۶) ام کے مثلث سب س اور ح ف د سب سب طرح سے اے سین برابر ہوں گے

اگر زاویوں اور دونوں قائمہ یا منفرج ہوں تو زاویوں میں سے ایک حکم (۱۷) ام کے
 حادہ ہوگا اور اگر اب کم بہ نسبت ح ف کے اور ح ف کم بہ نسبت ح ف کے ہوگا حکم (۱۸) ام کے
 زاویہ سب اور ح ف دونوں حادہ ہوں گے

حکم (۱۹) ام کے بموجب خطوط مستقیم پر ایک خط واقع ہو تو آٹھ زاویے پیدا ہوتے ہیں ان میں سے ۴ زاویے

راوے متبادل ۳ و ۴ و ۵ و ۶ کو زاویہ داخلے خارج
 اور زاویہ ۳ و ۴ و ۵ کو ایک جہت کر اوکے داخلے کہتے ہیں
 اس شکل میں زاویہ بی ف اور بی ف س متبادلے ہیں اور زاویہ کی ف اور بی ف
 بھی متبادلے ہیں۔ اور خطوط متوازیہ میں اگر ایک خط دوسرے خط کا متوازی ہو تو دوسرے خط
 بھی پہلے خط کا متوازی ہوگا

شکل ۲۸۔ اوپر کے بیان سے ظاہر ہے کہ خط کے ہر جانب میں دو داخلی اور دو خارجی زاویہ پیدا ہوتے
 زاویہ خارجی ج ب کے مقابل کا داخلہ زاویہ ج د ہوگا اور زاویہ خارجی ج د کے مقابل کا
 داخلہ زاویہ ج ب ہوگا

شکل ۲۹۔ عکس ۲ میں وہاں کا ہے قلید میں خطوط مستقیم زاویہ کی تعریف میں سببیت
 ہوا ذکر کیا ہے کہ وہ خارج ہونے سے کہیں ملتے نہیں

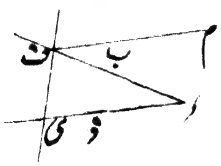
اقلیدس کے بارہویں علوم متعارفہ پر اعتراض یہ کیا گیا ہے کہ وہ اصل میں بدیہی نہیں اسلئے
 علوم متعارفہ نہیں ہے اور یہ اعتراض اس سبب اور قوی معلوم ہوتا ہے کہ اوکٹا گنس ۲ میں
 ثابت ہو ہے علوم متعارفہ کے لیے یہ ضروری ہے کہ وہ خود ہی اور اوکٹا گنس ۲ میں
 کے متعارفہ ہوں سبب۔ حدود خطوط متوازیہ کو بدلانا اس علوم متعارفہ کی ترتیم کی
 اور طرح سے رد کر دیا کہ اس سے بارہویں علوم متعارفہ کو ایک شکل ثباتی بنایا اور حدود
 علوم متعارفہ مقرر کئے اور پانچ اوکٹا گنس ۲ میں ثابت کیں اور بعد ان مقدمات کو اس
 علوم متعارفہ کو ثابت کیا خطوط متوازیہ پر استدلال کے لیے جائے اس علوم متعارفہ کو خطوط متوازیہ کی تعریف کی گئی ہے کہ وہ

خطوط مستقیم ہیں کہ خیر ایک خط مستقیم واقع ہو تو اوکٹا گنس ۲ میں متبادلے
 قسم کا اعتراض ہے جو پہلے علوم متعارفہ پر یہ کیا گیا ہے اسلئے کہ یہ بھی عکس ۲ میں
 ثابت ہے کہ یہ آسانی ہو کر اعتراض اس پر بھی خوب ہوتا ہے

اگر پہلی فیئر نے اپنی اصول علم ہند میں اس علوم متعارفہ کی جگہ یہ علوم متعارفہ مقرر کیا ہے کہ دو

خطوط مستقیم متقاطع ایک خط کے متوازی نہیں ہو سکتے بہرہ علوم متعارفہ نہایت واضح ہو کر وہ بھی ۲۰ شش ام کا ایک نتیجہ معلوم ہوتا ہے

تمام حدود میں سے جو خطوط متوازیہ کے لئے مقرر ہوئے اور ان سب میں اس حد و پراختر جن قوی نہیں ہوتا کہ خطوط مستقیم وہ میں جو نہ ایک دوسرے کے قریب کبھی ہوئے ہیں نہ بعید ہمیشہ اور ہمیں فاصلہ برابر رہتا ہے اور شاید اقلیدس کا بھی مطلب اس سے کہ وہ کبھی خارج ہونے سے نہیں ملتے یہی تھا کہ وہ میں فاصلہ ہمیشہ یکساں رہتا ہے۔ سطح اس علوم متعارفہ کی خوب توضیح ہوگی۔ — پانچویں اصول موضوعہ میں اقلیدس نے اس بات کو تسلیم کر لیا ہے کہ جب دو خط تیسرے خط کے ساتھ ہوں اور انکو قطع کرتا ہے زاوے دو قائمون سے کم بنائیں تو وہ خطوط آپس میں مل جائیں گے اس اصول موضوعہ کی بدایت اس شکل سے معلوم ہوگی کہ



فرض کرو خطوط ب اور د خطی ف سے نقاط ہی اور فہر ملین اور زاوے ب ف می اور د بی ب دو قائمون کے ہوں فرض کرو کہ خط ف ایسا کھینچا جائے کہ مجموعہ

د بی ف اور م ف می کا برابر دو قائمون کے ہو تو حکم (۲۱ ش ام) کے ف م اور می و متوازی ہونگے اور ہوا وسطی خارج ہونے سے کسی نہیں ملین گے لیکن ب ف نیچے ف م سے واقع ہوتا ہے تو ضرور یہی د سے خارج ہو کر کہیں نہ کہیں مثلاً د پر مل جائے گا۔ جو کچھ اوپر ہم نے بیان کیا ہے اس کا ظاہر ہوتا ہے کہ اس اصول موضوعہ کے معنی یہ ہیں کہ خط سے باہر جو نقطہ ہواو سے ایک خط سے زیادہ خط مستقیم متوازی نہیں نکل سکتے +

یہ مضمون نہایت بسطی کر نل طاس کے اپنی اقلیدس کے ضمیمہ میں لکھا ہے اور اس میں کئی ترسین بیان کی ہیں خطوط متوازیہ کی تعریف خواہ سطح کرو سطح اقلیدس کی ہے یا د سطح سمجھو جو وہ نے اقلیدس کی تعریف کی ترمیمی یا بالکل خلاف کر کے نئی طرح سے اس مضمون کو بیان کیا وہ سبکے سب صحیح ہیں اور انکی بدایت انکھوں سے محسوس ہوتی ہے +

اقلیدس کے اول خاصیتیں نشانوں کی یعنی اون خطوط مستقیم کی جو ایک دوسرے سے ملنے میں اور دوسرے
خط مستقیم سے قطع ہونے میں بیان کیں اور پہر خواص اون خطوط مستقیم کی بیان کئے ہیں جو تیسرے
نہیں اور ایک تیسرے خط مستقیم سے قطع ہوتے ہیں جس کے عکس کو خود او سے متروہوں میں شکل
مقالہ اول میں ثابت کیا جس شخص نے اس مضمون کو لکھا ہے او سے یہ ضرورت بیان کی ہے
کہ خطوط متوازی کی تعریف میں کوئی خاصیت موجب ضرور ہونی چاہئے اور سب کا یہ عمدہ تحریر اس
میں ہے جو بارہویں علوم متعارفہ کو بعد متروہوں میں شکل کے ایک شکل ثباتی بنا کر ثابت کیا ہے
دو خطوط مستقیم ایک سطح مستوی میں جو خارج ہونے سے ملتی ہیں اون کی دو صورتیں ہوں
ایک یہ کہ انفرجی اور انضمامی نسبت ایک دوسرے کے ہوں دوسرے کہ ہوں یہ انفرجی
اور انضمام اون سمتوں پر موقوف ہے جن میں وہ خارج کئے جائیں
جب دو خطوط مستقیم پر ایک خط مستقیم واقع ہو اور ایک جانب کے دو زاوے داخلی ملکر کم از دو
ہوں تو وہ اس سمت میں انضمامی کہلائینگے یعنی خارج ہونگے کہیں نہ کہیں ملجائینگے اور بھی
مضمون بارہویں علوم متعارفہ کا ہے اور دوسری جانب میں مجموعہ دو داخلی زاویوں کا دو قائمہ
سیڑا ہو گا اور اس سمت میں دو خط انفرجی ہونگے یعنی خواہ اوں کو کتنا ہی خارج کر دو کہیں
آپسین نہیں ملنے کے

دو خطوط مستقیم کا مقام جیسا محدود ہو جا کر نہ وہ حالت انضمام پیدا کر سکیں نہ حالت انفرج
تو اوں کو ایک دوسرے کا متوازی کہینگے اگر دو خطوط مستقیم متوازی ہوں اور اوپر تیسرے خط
واقع ہو تو جو زاوے پیدا ہونگے اوں کی یہ خاصیتیں ہوں گی خواہ وہ خط واقع ہونیوالا
عمود ہو یا کسی خط متوازی پر عمود نہ ہو

- (۱) دو زاوے داخلی خط قاطع کے ایک جانب میں ملکر برابر دو قائمون کے ہونگے
- (۲) زاوے قضا لے جو خط قاطع کے جانبین میں واقع ہیں آپسین برابر ہونگے
- (۳) زاوید خارج اپنے مقابل کے زاوید داخلہ کے برابر خط قاطع کے ایک جانب میں ہوگا

اگر خطا طالع ایک خط متوازی پر عمود ہو تو وہ دو خط پر ہی عمود ہوگا

(۴) عمودی فاصلہ درمیان دونو خطوں کے ہمیشہ یکساں رہیگا

اگر یہ صحیح ہو کہ جملہ علوم متعارفہ تصدیقات نظریہ میں اور انکو بغیر اثبات کے مان لیا جائے اور نہ

تصدیقات جو ثابت ہوتے ہیں اولنکا اثبات آخر کو اول تصدیقات پر خلوت تسلیم کر لیا ہو

ہوتا ہے اور کچھ ضرور نہیں کہ یہ تصدیقات موقوف علیہ پہلے تصدیقات کی ہوں جو اول

معلوم ہوئے ہوں بلکہ وہ ایسے ہوں کہ مبادی تصوریہ یعنی حدود سے پیدا ہوئے ہوں تو تسلیم

خطوط متوازیہ کو سطح حل کر سکتے ہیں کہ اوپر جو خواص بیان ہوئے ہیں انہیں سے کسی ایک

خاصیت کو خطوط متوازیہ میں مان لین اور اس ایک خاصیت کو مان لینے سے سب خواص کے

ثابت ہو جائینگے یہ ان چار خاصیتوں میں سے جو میں اسباب پایا جاتا ہے اگر کسی ایک کو صحیح مانیں

تو وہ مسائل خطوط متوازیہ کے لئے مبادی ہو جائینگے اور یہ مبادی دو طرح کے ہو سکتے ہیں

یا تو یہ کہ فاصلہ یکساں درمیان خطوط متوازیہ کے ہوتا ہے یا خط قاطع جو زاوے بناتا ہے

انہیں سے کسی دو کی مساوات مانی جائے اگر پہلی صورت کو مانیں تو اوہمیں سوا

اس بات کے کہ عمودی فاصلہ مابین خطوط متوازیہ کے ہمیشہ یکساں ہوتا ہے

اور یہ بات ماننے پر مگر کہ اگر ایک خط ایک متوازی خط پر عمود ہو تو وہ دو خط پر عمود ہوگا

اس لئے اس میں ایک اور بات زیادہ فرض کرنی پڑتی ہے اسے بہتر ہے کہ باقی تین خاصیتوں

میں سے کسی ایک خاصیت مثلاً زاوے داخلہ اور خارجہ جو خطوط متوازیہ خط قاطع کے ساتھ

بناتے ہیں انہیں برابر مان لین

بناتے ہیں انہیں برابر مان لین

(۵) ثبوت میں بہت سی ترکیبیں ایسی بیان ہوئی ہیں کہ جبکہ سب ۲۹ اشام میں باہر ہیں

علوم متعارفہ کا حکم نہ لگایا جاوے اور انہیں سے سب اچھی ترکیب ملی فیر نے اختیار کی ہے اور اس

جو علوم متعارفہ اس علوم متعارفہ کی جگہ مقرر کیا ہے وہ سب زیادہ مناسب ہے اور سپر کوئی اعتراض

نہیں ہوتا اور اس علوم متعارفہ اقلیدس کو (۷ اشام) کے بعد جو اسکا حکم ہے

ثابت کرنا چاہئے

شکل ۳- سطح ثابت ہو سکتا ہے اگر اب اور میٹ مین سے ہر ایک متوازی ہو تو وہ آپس میں متوازی ہونگے اقلیدس نے جو صورت ثابت کی ہے وہ تو بدیہی ہے احتیاج ثبوت کی بھی نہیں اسلئے کہ جب اب اور میٹ مین سے جو اونگے درمیان میں واقع ہے نہیں ملتے ہیں تو وہ آپس میں سطح مل سکتے ہیں

شکل ۴- اس شکل سے ظاہر ہے کہ اگر ایک مثلث کا ایک زاویہ برابر اسکے باقی دو زاویوں کے مجموعہ کے ہو تو وہ زاویہ قائمہ ہوگا ۳۱ ش ۳۲ میں اس حکم کی ضرورت پڑی ہے۔ مثلث متساوی الاضلاع کا ہر ایک زاویہ برابر دو تہائی قائمہ کے ہوتا ہے (۵۱ ش ۳۴) اگر مثلث متساوی الساقین کا زاویہ برابر اس قائمہ ہو تو باقی زاویوں میں سے ہر ایک نصف قائمہ ہوگا۔ سب سے زیادہ کارآمد نتیجہ یہ ہے کہ اگر دو مثلثوں کے دو زاوے اپنی اپنی نظیر کو برابر ہوں تو تیسرے زاوے بھی اونگے آپس میں برابر ہونگے (۱۱۱ علم) کے دو قائمے برابر دو قائموں کے ہیں اسلئے (۳۲ ش ۳۴) ایک مثلث کے تینوں زاوے مل کر برابر دو کے مثلث کے تینوں زاویوں اور مجموعہ علم کے مجموعہ ایک مثلث کے دو زاویوں کا برابر ہے دو کے مثلث کے دو زاوے مل کر (۳۴ علم) کے تیسرے زاوے بھی آپس میں برابر ہونگے مثلث کے تینوں زاوے مل کر برابر دو قائموں کے بغیر اخراج ضلع کی بھی ثابت ہو سکتے ہیں سطح کسی زاویہ کے مقابل کے ضلع کا متوازی کھینچو باقی ثبوت آگے آسان ہے اس نخل سے یہ صفا ظاہر ہوتا ہے کہ مثلث کا تیسرا زاویہ باقی دو زاویوں کے مجموعہ کے لگاؤ نہیں بلکہ اگر مجموعہ دو زاوے کا معلوم ہو تو تیسرا زاویہ معلوم ہو سکتا ہے۔ ایک زاویہ سے اور زاویوں کے درمیان خطوط وصل کرنے سے نتیجہ اول ثابت ہو سکتا ہے

دوسرے نتیجے میں زاویہ خارجہ تقییر الاضلاع کے معنی یہ ہیں کہ دو ضلعی شکل کے جس نقطہ پر ملتے ہیں اس سے کوئی ایک ضلع خارج کیا جائے تو اس نقطہ پر جو زاویہ بائیں ضلع غیر محدود اور محدود

کے پیدا ہو گنازیہ خاجہ کہہا ایک اور ضلع کوئی سا خاجہ کیا جائے ایک ہی بات ہے اسلئے کہ حکم (۱۵ اش ام) دونوں ازلے جو طرح پیدا ہونگے ایسین برابر ہونگے

اقلیدس نے یہی اشکال مستقیمہ الاصلیہ کہے ہیں جنکے راویوں کا رخ اندر کی طرف ہے۔

ہم دوسری طرح سے سچائی کی بنیاد پر حسین

زاویہ اس کا رخ بائیں کی طرف واقع ہے اور

وہ دو قائلوں سے کم ہے لیکن وہ راویہ داخلہ

سُکھ اِس دے دی کا نہیں ہے یہاں سُکھ کا

زاویہ داخلہ ہے جو چار قاعوں سے بقدر

زاویہ ابس کے کم ہے اس زاویہ داخلہ کو جو رائڈ از دو قائمہ سزاویہ مندرجہ گنتے میں متبادل

تو اون شکون بر که ایک زاویه مندرجہ کرتی سے صادق آتا ہے مگر نتیجہ ثانی نہیں۔

یہ بھی ظاہر ہے کہ کسی مستقیم الاضلاع کے نزدیک سے ملکر اسحاق قانمون کے منہ سے

اس شکل کی ضمانت ہے کہ خط مستقیم پر عمود او اسکے المکطف سے بغیر اخراج خط کے نظر نہیں آ سکتا ہے

فرض کن کہ خط معامور اب کی طرف اسے عمود اور میرنگا لٹا منظور ہے وہ بے شکت مساوی الاضلاع

یہاں اور اس کو دیکھ ایسا خارج کر دے کہ اسرار

بس کے ہوا میرا دلا تو وہ اب یہ محمود ہو گا اسلئے

کے زاویہ سے یاد دہراؤ اور زاویہ سے یاد کا دہراؤ سے یاد

برای هر زاویه هر یک از اینها که ساخته شود دو دایره را رسم می‌کنیم از اولی

اور آکرے اور اسے اسطرح کا (بہشت) کہے گا اور اسے وہاں قائم کیا

شکستہ سپاہیوں نے یہ قوت رکھ کر کہ جس کے احوال اور خط و طالع سے خود اسلئے گراؤ سکاڑا رہا۔ وہ شیب

[illegible]

میں نے کہا کہ میں نے گئے گئے ہیں

شکل ۳۰- متوازی عام اس شکل کے تفصیل فی ذیل ہیں

اول اگر دو متوازی الاضلاع میں سے ایک متوازی الاضلاع کا ایک زاویہ برابر ہو
دوسرے متوازی الاضلاع کے ایک زاویہ کے تو ان کے باقی سب اوتے اکتین برابر ہونگے
دوم اگر ایک متوازی الاضلاع کا زاویہ قائمہ ہو تو سب اسکے زاوے قائمے ہونگے
سوم اگر دو متوازی الاضلاع میں سے ایک متوازی الاضلاع کا دو زاویے برابر ہوں تو دوسرے متوازی الاضلاع میں سے
ان خاصیتوں میں سے ہر دو متوازی الاضلاع ہوں گے

اول متوازی ہونا اب اور اس د کا	ششم متساوی ہونا زاویا اب دس کا
دوم متوازی ہونا اس اور د کا	ہفتم اد کا ب س سے تضیف ہونا
سوم متساوی ہونا اب اور اس د کا	ہشتم ب س کا اد سے تضیف ہونا
چہارم متساوی ہونا اس اور د کا	نہم سطح کا اد سے تضیف ہونا
پنجم متساوی ہونا زاویا ا اور د کا	دہم سطح کا اد سے تضیف ہونا

جب ان دس میں سے دو دو کی ترتیب لیں تو ہم ترتیبیں پیدا ہوں گی اور ہر ترتیب سے آٹھ خاصیتیں
باقی ثابت ہوں گی اسلئے ذرا بعد الاضلاع کے باب میں تین سو ساٹھ شکلیں بن سکتی ہیں یہ علم کے لئے
نہایت عمدہ مشق ہے

شکل ۳۱- ۲۱ ش سے ۲۲ ش تک دوسرے مقالہ اول کا ختم ہوا اور ۲۵ ش سے ۲۶ ش
شروع ہوا اور یہاں مساویت کو نئی معنی شروع ہوئے ہیں یعنی وہ بات نہیں رہی کہ قطباً
مساوات ثبالی جائے

آخر یہاں شکل کا خوب واضح نہیں ہے پس اثبات کو بدل کر یہ خیال کیا ہے کہ دو متوازیوں میں جو
شباہت اور مقدار میں ایک ہی ہیں اور ان میں ایک ہی مثلث اب کی اور دوسرے میں مثلث دس کی
کو تفریق کیا اور باقی کو محکم (۲ علوم ام) کے برابر کیا یعنی متوازی الاضلاع اب س برابر ہوئے
متوازی الاضلاع ہی ب س ف کے

۴۸ شکل میں متوازی الاضلاع میں جو ملتی ہیں وہ ایک دوسرے کو اندر کچھ بہن اور کچھ باہر مثلث جس کا قاعدہ بس ہے اور کا مشترک حصہ ہے اور مثلث جس کا قاعدہ دی ہے وہ دو متوازی الاضلاعوں سے باہر ہے جب مثلث (ب) کو برابر مثلث (د) کے ثابت کر چکے تو ان مساویوں میں (ش) سے مثلث جس کا قاعدہ دی ہے ساقط کریں اور ان باقیوں میں سے ہر ایک پر مثلث جس کا قاعدہ بس ہے زیادہ کریں تو متوازی الاضلاع (ب) و (د) برابر ہوگی متوازی الاضلاع (ب) و (د) کے متوازی الاضلاعوں (ب) و (د) اور (ب) و (د) کے مساوات (ش) میں شکل (ب) و (د) کے زیادہ کرنے سے ہر ایک مثلث (ب) اور (د) پر ثابت ہو سکتی ہے اس شکل میں فقط مساوات کے جو معنی لئے گئے ہیں اور وہ معنی نہیں رہے کہ دو شکلوں کے سبب جز منطبق ہوں شکل ۳۸- اس شکل سے یہ بات سمجھی گئی ہے کہ دو مثلثوں کے قاعدے ایک خط مستقیم میں ہوں اگر شکل میں نقطہ سی نقطہ س پر اور نقطہ د نقطہ ا پر منطبق ہوں تو ایک مثلث کا ایک اوہ دوسرے مثلث کا ایک اوہ کا تمہ ہوگا بس اس سے یہ خاصیت ثابت ہوئی کہ اگر دو مثلثوں کے دو ضلعی اسیمیں برابر ہیں موافق اپنی اپنی نظیر کے اور ان کے زاوے درمیانی تمہ ایک دوسرے کے ہوں تو وہ دو مثلث اسیمیں برابر ہوں گے

مثلثوں میں دو طرح کی مساوات ہوتی ہے ایک تو یہ کہ وہ بطرح سے اسیمیں برابر ہوں یعنی ضلع اور زاوے اور رقبے ان کے مساوی ہوں دوم یہ کہ صرف رقبے برابر ہوں اول کو مساوات مثلثوں کی اور دوم کو معادہ مثلثوں کا کہتے ہیں

۳۹ شکل- اگر برابر مثلثوں کے جو ایک قاعدہ یا برابر قاعدوں پر چالیسویں شکل کی طرح واقع ہوں اور ان کی راس ملانی جاویں تو ایک خط مستقیم پیدا ہوگا اور اس کو مقام النقاط برابر مثلثوں کے راسوں کا جو ایک قاعدہ یا برابر قاعدوں پر واقع ہوں کہتے ہیں

ہندسہ طہات میں مقام النقاط وہ خط مستقیم یا خط منحنی ہوتا ہے جس کا ہر ایک نقطہ ایک خاصہ طک پورا کرتا اور کوئی اور نقطہ اس منحنی طک پورا کرنا نہیں ہوتا دوم مقام النقاط خط مستقیم و دائرہ کو مشترک

باقی سب مقام انقاط جنہیں تراشہاے مخروطی ہی شامل ہیں جبر مقابلہ سے بوساطت مساوات سطح و قطبیہ کے بخوبی و کماینبغی تحقیق ہو سکتے ہیں

شکل ۴۴۔ دلیل خلف کی بغیر اس شکل کو اس طرح ثابت کر سکتے ہیں کہ ب د اور س د ملائین تو یکجہ (۲۸ شام) کے مثلث دب س اور دمی ف آپس میں برابر ہونگے اور مثلث دب س اور دمی ف بموجب فرض کے آپس میں برابر ہیں تو بموجب علوم متعارفہ اول کے مثلث دب س اور

اب س آپس میں برابر ہونگے اور بموجب حکم (۲۹ شام) کے اول متوازی بس کا ہوا ہے

شکل ۴۵۔ اس کا عکس قلیدس یہ نہیں ثابت کیا کہ اگر ایک متوازی الاضلاع دو چند ایک مثلث ہو اور دونو ایک قاعدہ پر یا برابر قاعدوں پر ایک ہی جانب میں واقع ہوں تو وہ درمیان خطوط متوازیہ کے ہونگے اور یہ بھی آسانی سے ثابت ہو سکتا ہے کہ اگر دو برابر مثلث درمیان ایک خط متوازیہ کے واقع ہوں تو ایک قاعدہ پر یا برابر قاعدوں پر واقع ہونگے

شکل ۴۶۔ اس شکل میں قلیدس نے یہ نہیں ثابت کیا کہ راہ اور فتح آپس میں لینے کی یہ بات آسانی سے ثابت ہو سکتی ہے

شکل ۴۷۔ فقط مستقیم الاضلاع چار ضلعے کے بنا کر شکل ثابت ہوئی اگر مستقیم الاضلاع معلوم زیادہ اضلاع کی ہو تو ایک زاویہ سے مقابل کے زاویوں میں خط ملا کر اسکو مثلثوں میں تقسیم کر لو اور پھر ایک تیسرے متوازی الاضلاع برابر تیسرے مثلث (۴۸) پر بنا لو جس کا ایک زاویہ برابر زاویہ کی کو ہو اور علی ہذا القیاس اور مثلثوں کی کیفیت ہے جسے شکل معلوم مرکب ہے

شکل ۴۸۔ مربع ایک شکل قائم الزوا یا متساوی الاضلاع ہوتی ہے اسلئے اسکی سطح یا رقبہ عدد سے تعبیر ہو سکتا ہے اگر پیمانہ واحد خطی ایک ضلع کا معلوم ہو اسکا بیان مقالہ دوم شکل اول میں کیا گیا طالب علموں کو دیکھنا چاہئے کہ مربع میں اور دو برابر عددوں کا حاصل ضرب یعنی عدد کو مربع اور مربع کے ضلع اور عدد کے جذر میں مماثلت یہ بیان یہ تمیز کرنی ہی ضرور گذرے دو برابر عددوں کا حاصل ضرب جسکو مربع عدد کہتے ہیں اور ایک خط معلوم کا مربع دریافت کرنا ہمیشہ ممکن ہے لیکن اس کے

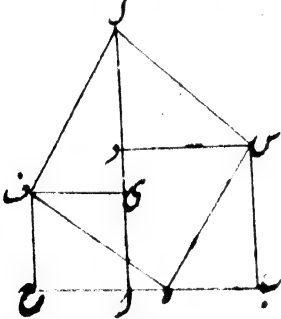
عکس کی یہ کیفیت ہے کہ ربع معلوم کا اگرچہ ضلع مثل میں معلوم ہوتا ہے مگر اس کے ضلع میں پیمانہ واحد کے صحیح تعداد جب ہی دریافت ہوگی کہ عدد معلوم میں ہو مثلاً ربع معلوم کے رقبہ میں ۱۰ پیمانہ واحد ہوں تو اس کے ضلع میں تعداد پیمانہ واحد کی جذر ۱۰ کا ۳ ہوگی لیکن اگر رقبہ ربع معلوم میں ۲ پیمانہ واحد ہوں تو کوئی عدد ایسا نہیں دریافت ہو سکتا کہ صحیح صحیح تعداد پیمانہ واحد کی ضلع ربع میں بتلا دے لیکن تخمیناً تقریباً تعداد چاہیں دریافت ہو سکتی ہیں

مثل ۴۷ موجود ہے مشہور مثل کا حکیم ارشمیدس مشہور ہے اور طرح طرح کی دستاویز اس کی ایجاد کے باب میں بیان کی گئی ہیں

مثلث قائم الزوایا میں زاویہ قائمہ کے سامنے کے ضلع کو وتر کہتے ہیں اور باقی اضلاع کو مقام کی حیثیت سے قاعدہ اور عمود کہتے ہیں

مثلث ہب س کے باہر محیط ربع بنا کر مثلث کو ثابت کیا ہے اور مرتبے کی طرح بن سکتے اول تینوں ربع اندر محیط ہیں (۲) ایک ربع اندر کی طرف اور باقی دو ربع باہر محیط (۳) ایک ربع باہر کی طرف اور باقی دو اندر کی طرف

مہندسین نے طرح طرح سے اس مثلث کو ثابت کیا ہے سب زیادہ عمدہ یہ ثبوت ہے جو ذیل میں لکھا جاتا ہے



فرض کرو کہ دو مربعے اب س د اور ا د ای صحیح
اس طرح ملا کر کہیں گئے ہیں کہ ان کے قاعد ایک خط
مستقیم میں ہیں ح د اور ی ک برابر اب
کے بناؤ اور ہ س اور ف ا اور س ک اور ک ف

ملاؤ تو یہ ثابت ہو سکتا ہے کہ مثلث ہب س محیط سے برابر مثلث ف ی ک ہے اور مثلث ک د س برابر مثلث ف ح د کے ہے اور ا د ای صحیح دو مربعے برابر مثلث س ک ف کے ہوں گے اور یہ مربعے برابر مثلث س ک ف کے ثابت ہو سکتا ہے کہ مثلث س ک ف ایک ربع ہے اور مثلث قائم الزوایہ کا س د وتر ہے اور اس کے اضلاع س ب اور ب ف برابر ہیں مربع کے اضلاع کے ہیں کسی مثلث کا حکم اس سے اگر کا نہیں آیا اور یہ ہے

اور غنی ہے کہ مربع اس طرح قطع ہوئے ہیں کہ اگر دو مربعوں کے ٹکڑے جو بڑے مربع پر کہیں
 نہ وہ بالکل منطبق ہو جائیں گے اس شکل کی استعارت سے ایک ربع برابر مجموعہ مربعات معلوم
 کے دریافت کر سکتے ہیں اور ایک ربع معلوم کے انصاف کے برابر مربع بنا سکتے
 ہیں یا ایک مربع برابر دو مربعوں معلوم کے فرق بنا سکتے ہیں بعض امثال ایسی
 ہوتی ہیں کہ ان میں اس شکل کی صداقت آنکھوں کو دکھائی دیتی ہے مثلاً اس مثال میں
 کہ مثلث قائم الزاویہ کے ضلع ۳ و ۴ و ۵ پیمانہ واحد ہوں اگر اضلاع کو موافق ان
 احادیث پیمانہ واحد کے تقسیم کر کے خطوط متوازی اضلاع مربعوں کے جو ان پر بنائے جائیں
 نکالیں تو ۹ و ۱۶ و ۲۵ چھوٹے مربع پیدا ہوں گے اور ان میں سے ہر ایک کی مقدار یکساں
 ہوگی اور مجموعہ تعداد مربعوں کا جنہیں قاعدہ اور عمود کے مربعے تقسیم ہوئے ہیں برابر میں تعداد
 مربعوں کے جنہیں وتر کا مربع تقسیم ہوئے ہے اور اس طرح ان مثلث قائم الزاویہ میں جن کے
 اضلاع میں ۳ و ۴ و ۵ پیمانہ واحد یا ان اعداد کے انصاف مساویہ پیمانہ واحد ہوں
 تو ان میں بھی اس طرح کی صورت پیدا ہو سکتی ہے اس شکل کا نام عزی سے عروس عربی میں
 کثرت مال کو کہتے ہیں پس یہ شکل بھی کثیر النفع کثرت مال کی طرح ہے اسلئے اسکو عزی کہتے ہیں
 یا اس سبب کہ اسی شکل حجاب عروس کے مشابہ کسی غرض اسی خوبوں کی سبب اسکو عزی کہتے ہیں
 شکل ۴۲۔ یہ شکل ۴۱ میں کاسی شکل میں بیہیچہ مان لیا گیا کہ برابر جنوں پر جو بنائی گئی برابر ہو ہیں اور ان
 کے اس ہی مان لیا گیا کہ برابر مربعوں ضلعے برابر ہو میں اس نتیجہ کا احاطہ ۴۱ میں م کے ساتھ مناسب ہے
 اصول مقالہ اول قلمیں میں انکال تقسیم الاضلاع سے بحث کی گئی ہے اول حدود کے پہر اصول
 موضوع بیان کی جسکے شکلیں بنتے ہیں اور پہر علوم متعارفہ کا ذکر کیا اور یہ وہ مبادی ہیں جنہیں
 ادن جزون کا کہ حدود میں بیان کی گئی ہیں مقابلہ کیا جاتا ہے اور یہ بھی تحقیق تو ہے کہ یہ مبادی
 تصویب یعنی حدود اور خطوں کے خواص خیالات باطلہ نہیں ہیں بلکہ وہ نفس الامر میں اور وہ تصور قدرت
 چیزوں کو دیکھنے سے پیدا ہوتے ہیں جن حکما ان سبکو خیالات باطلہ بتلایا ہے انہوں نے

بڑی غلطی کی ہے اونکے عقیدہات بالکل صحیح ہیں اور ان کے خواص سطح پر صحیح صحیح خدال ہو سکتا ہے اس مقالہ کے تین حصے ہو سکتے ہیں پہلے حصہ میں صلیت اور خواص مثلث کے لمحات اضلاع اور زاویوں کے اور پھر ان اضلاع اور زاویوں کا باہم مقابلہ کا ذکر ہے اور دوسرے حصہ میں خواص خط متوازیہ کے اور متوازی الاضلاعوں کے لکھے ہیں اور پھر مثلث قائم الزاویہ کے قاعدہ اور عمود و عمود کی مساوات وتر کے مربع کے ساتھ بیان کی ہے

جب مقالہ اول کو طالب علم مع شرح کر پڑھ لیں تو انکو چاہئے کہ ٹکڑوں پر نئی نئی حروف لکھیں اور اونکو ثابت کریں اور جہاں ممکن ہو وہاں شکل بھی کچھ نئی طرح سے بنا دیں تاکہ اونکو اپنے علم کا امتحان ہو جائے کہ ہم یہاں تک دسکو سمجھتے ہیں اور جب سطح سے ملکہ حاصل ہو جائے تو حرفوں کو بالکل مڑا دیا جائے اور بالکل ور برائیں کو بغیر حرفوں کے بیان کرنا چاہئے اور سوالات ذیل کے جواب دیں کہ طالب علم مقدمہ سمجھیں اور پھر وہ ان اصول کو جو انعمون کیسیکھی میں نکال علی اور ثنائی کے ثبوت میں کام میں لائیں

عقل اس بات کو جائز نہیں کہتی کہ کوئی شخص مبادی اور اصول کو تو نہ سمجھے اور نہ اونکا یقین کرے اور پھر ہی اونکا استعمال ٹھیک ٹھیک کرے یہاں اسطو کی اسے برعل کرنا چاہئے کہ جو شخص علم کو سیکھنا چاہتا ہے اوپر پورے یہ فرض ہے کہ وہ اس علم کے مبادی کو خوب سمجھے اور یقین کرے جب آگے اور اسے نتائج کا استنباط کرے فقط

سوالات مقالہ اول

- (۱) اقلیدس نے کس علم کے اصول بیان کئے ہیں اور اسکا کیا نام ہے؟ ہندسہ محکمات کہتے ہیں ہندسہ ستوی اور ہندسہ سطحیات میں کیا فرق ہے
- (۲) مقدار کی تعریف کرو اور جتنی قسم کی مقداریں علم ہندسہ میں بیان کی گئی ہیں اونکا حل لکھو اور بتاؤ کہ اول جہ مقالہ اقلیدس میں کے ہندادوں کا بیان ہے

توضیح کرو

(۱۲) اصول علم ہندسہ کی اسلوب ترکیبی پر جو اقلیدس نے اختیار کی ہے کیا اعتراض ہو سکتا ہے اور اس اسلوب ترکیبی کیا بیان ہوئے

(۱۳) علم ہندسہ اور طبیعیات کی حدود میں کیا تمیز ہو سکتی ہے

(۱۴) ایک ٹھیک حدود بنانے کے لئے کیا ضرورت ہوتی ہے۔ حدود بھی کیا اشکال ہندسی ہیں۔ کیا اس کو محیط دل نے چاہنا لیا ہے۔ اور نہیں تبدیلیاں ہو سکتی ہیں۔ ریاضیات میں حدود کسی علم کی اسی علم میں ثابت ہو سکتی ہے۔

(۱۵) اقلیدس نے جو اصول شکل بنانے کے بتلائے ہیں وہ بیان کرو

(۱۶) وہ کونسے آلات ہیں جن سے کہ اصول موضوعہ کی شبیہ تخمیناً کنج سکتی ہے اور یہ بھی بتلاؤ کہ تخمینہ کی کیوں شرط لگی ہے

(۱۷) دائرہ کسی مرکز پر کسی خط کو نصف قطران کر کنج سکتا ہے اس اصول موضوعہ اور اقلیدس کی اصل موضوعہ میں جو فرق ہو وہ بیان کرو

(۱۸) طبیعیات میں سے کونسے اسے اصول ہیں جو علم ہندسہ کے علوم متعارفہ کے مطابق ہیں۔

(۱۹) اقلیدس کے بارہ علوم متعارفہ میں سے بتلاؤ کہ کونسی اور کونسی سے مخصوص علم ہندسہ میں اور اول علوم متعارفہ کا عکس بھی بیان کرو بشرطیکہ وہ ہو سکتا ہو

(۲۰) اقلیدس نے امتحان مساوات کے جو دو طریقے اختیار کئے ہیں ان کو بیان کرو انہوں میں علوم

متعارفہ حسین اصل انطباق کے بیان کی گئی ہے کیا وہ کل برائیں ہندسہ کے لئے ضرور ہیں کیا یہ کہنا درست ہے کہ یہ انطباق مشاہدہ حسین ایک حس ظاہری کلام آتی ہے موقوف ہے

(۲۱) اگر علوم متعارفہ میں سے کوئی حد و دین سکتا ہے تو بتاؤ وہ کونسا ہے اور اگر یہ ہو جائے تو نفع نقصان اور سکا بتاؤ

(۲۲) شکل علی اور ثباتی اور اصول موضوعہ اور علوم متعارفہ کی تعریف کرو کیا کوئی علوم

متعارف اسم با سنے نہیں ہے

(۲۳) دعویٰ شکل علی اور اثباتی کے کوئی دوسرا ہوتے ہیں اور اقلیدس کے اول مقالہ کے

۱۹ و ۱۸ و ۱۷ و ۱۶ و ۱۵ و ۱۴ و ۱۳ و ۱۲ و ۱۱ و ۱۰ و ۹ و ۸ و ۷ و ۶ و ۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱

(۲۴) کب شکل علی کو غیر مستقل کہتے ہیں اور کب مثال و

(۲۵) کب ایک شکل ہندی کو دوسری شکل ہندی کا عکس کہتے ہیں کیا شکل ہندی سے عکس ہندی

واجب تصدیق ہوتا ہے کسی اسٹی غرضت اسکا ہوتی ہے کہ عکس شکل کا ثابت کریں اس سطح ذہن ہوتا ہے

(۲۶) شکل ہندی کی تعریف کرو اور بتاؤ عکس اور نقیض شکل ہندی میں کیا فرق ہے اور

اسکی مثالیں دو

(۲۷) بیان کرو کہ تمام براہین ہندیہ حدود اور علوم متعارف پر مبنی ہیں

(۲۸) منطق اور ہندیہ میں جو طو قاضیوں کے نتیجے نکالنے کے ہیں انکو بیان کرو اور بتلاؤ اس سطح

نتیجہ ہندیہ منطق کے طور پر شکل بنا کر نکال سکتے ہیں

(۲۹) براہین ہندیہ کتنے مقدموں پر مبنی ہیں۔ قوانین براہین ہندیہ کی کیا ہیں

(۳۰) قضیہ ہندیہ کے بڑے اصول کیا ہیں

(۳۱) ثبوت عینی اور ثبوت بخلف کی تعریف کرو

(۳۲) اسلوب تحلیلی اور اسلوب ترکیبی کی اصطلاح کیا معنی ہیں اور ان میں سے اقلیدس کس ترکیب کو

اپنے اصول علم ہندیہ کی اندر کام میں لایا ہے

(۳۳) نتائج ہندیہ کو ضروریہ کب کہا کرتے ہیں

(۳۴) اول حدود ہندیہ کو بتلاؤ جو سب سے پہلے مقالہ کے ثبوت میں کام آئے ہیں

(۳۵) اگر شکل اول مقالہ اول میں خط معلوم کے دوسرے طرف مثلث بنایا جائے تو ان دو مثلثوں

سے ملکر کون سی شکل بنے گی

(۳۶) شکل دوم مقالہ اول اگر ب ضلع مثلث متساوی الاضلاع دراب کا دونوں طرف خارج کیا جائے

اور دائرہ کو جس کا مرکز B اور نصف قطر BS ہے تقاطع اورہ پر قطع کرے تو دوسرا دائرہ ORC اورہ میں سے کسی ایک نصف قطر پر گنچ کر دھوی کو ثابت کرو (۳۷) دوسری شکل میں مثلث متساوی الاضلاع جو خط معلوم پر بنایا جائے اگر اس کے راست نقطہ معلوم ہو تو شکل کو ثابت کرو

(۳۸) تیسرے اصول موضوعہ میں کوئی ایسی قید لگائی گئی ہے جس کے سبب ۲ و ۳ شکل ضروری ہوئی دوسری شکل میں یہہ کیا ضروری ہے کہ خط معلوم پر مثلث جو بنایا جائے وہ متساوی الاضلاع ہی ہو کیا ہم خط مستقیم معلوم پر مثلث متساوی الساقین بنا کر مطلب ثابت کر سکتے ہیں (۳۹) بتلاؤ کس طرح دوسری شکل کی یہہ صورت ہو سکتی ہے کہ ایک نقطہ معلوم سے ایک خط مستقیم معلوم کی برابر ایک سمت معلوم میں ایک خط مستقیم بنالین (۴۰) ایک خط مستقیم میں جو دونوں طرف غیر محدود ہے کس طرح ایک خط مستقیم معلوم کے برابر ایک خط کو قطع کر دے

(۴۱) شکل چہارم مقالہ اول کس قدر محدود و برابر اور کس قدر علوم متعارفہ پر موقوف ہے

(۴۲) شکل چہارم کا عکس اور پہاڑ کا ثبوت یعنی لکھو

(۴۳) شکل آہون مقالہ اول قلیدس کس طرح مثلثوں کو چپان کرنے سے بغیر ساتوں شکل کے ثابت ہو سکتی ہے

(۴۴) کیا ہش ام کے سب صورتوں میں اثبات کر لے کہ مثلث متساوی الاضلاع کس سمت میں بنے کچھ پرواہ نہ کرنی چاہئے۔

(۴۵) بتلاؤ کس طرح خط تقیم کی تصنیف پہلی شکل مقالہ اول سے ہو سکتی ہے

(۴۶) اگر ایک مثلث کو داخلی زاویوں کی خطوط متصفیہ کریں تو بتاؤ کون سی صورتوں میں مقابل

ایک ضلع کی یا ایک سے زیادہ ضلعوں کی تصنیف کرینگے

(۴۷) دو خط مستقیم ایک حصہ مشترک نہیں رکھ سکتے یہاں تک کہ شکل کی ضمن میں بیان کی گئی ہے

- (۴۱) ۱۲ اش ام میں کیا ضرور ہے کہ خط معلوم غیر محدود ہو
- (۴۲) ۱۴ اش ام میں ثابت کرو کہ جو نقطہ اس عمود سے کہ خط دہی کے نقطہ تصفیہ سے نکالا جائے باہر ہوگا اور اس کا فاصلہ خط کے اطراف دہی سے غیر مساوی ہوگا
- (۵۰) کس شکل سے یہ نتیجہ نکلتا ہے کہ خط مستقیم وہ خط ہے جو درمیان دو نقطوں کے سب سے چھوٹا ہے
- (۵۱) ۱۰ اش ام کے ثابت کرنے میں جو شکلیں کام میں آئی ہیں ان کے دعویٰ بیان کرو
- (۵۲) ۲۱ اش ام میں کیا یہ بات دعویٰ کی صداقت کے لئے ضروری ہے کہ دو خطوط مستقیم جو مثلث کے اندر نکالی جائیں وہ قاعدہ کے اطراف سے ہی نکلیں
- (۵۳) ۲۱ اش ام میں زاویہ ب دس بتلاؤ کہ قدر زاویہ ب اس سے زیادہ ہے
- (۵۴) ۲۲ اش ام میں مثلث بنائیکے لئے بہ شرط کہ دو خطوط مستقیم ملکر تیسرے خط مستقیم سے جڑے ہوں کیا ضرور ہے۔ اور اس شرط سے ثبوت عینی یا ثبوت بخلاف میں کچھ فائدہ نکلتا ہے۔
- (۵۵) تین خطوط جو مثلث بنائیں اس شرط کا ہونا کہ دو ان میں سے ملکر تیسرے سے بڑی ہوں جیسا ضروری ہے ایسا کیا تین زاویوں سے بھی مثلث بنانے میں زاویوں کے لئے شرط ہونی ضرور کہ دو ان میں سے ملکر بڑے تھکے سے ہوں
- (۵۶) ۱۲ اش ام میں اگر شرط خطوط معلوم میں نہ ہو تو بتاؤ شکل بننے میں کس جگہ خلل پڑے گا
- (۵۷) جب ضلعے مثلث کے ۲۱ و ۲۰ پیمانہ واحد ہوں یا ۲۱ و ۲۰ پیمانہ واحد ہوں تو ثابت کرو کہ موافق ترکیب قلیدس کے مثلث نہیں بن سکتا
- (۵۸) ایسا مثلث بنانا جس کے زاوے ایسے ہوں جیسے اعداد ۲۱ و ۲۰ ممکن ہے یا نہیں پہچان کر جواب دو
- (۵۹) ۲۴ اش ام میں یہ کہنا کہ دی وہ ضلع ہے جو کسی ضلع سے بڑا نہیں ہوگا جس سے ضروری ہے
- (۵۹) وہ کوئی پہلی پہلی شکل آئی ہے کہ صمدین دور قصبہ اسپین برابر میں اور وہ ایک دوسرے پر چسپان ہو کر منطبق نہیں ہوتے

(۶۰) کلیتاً کیا یہ شکل صحیح ہے کہ اگر دو مثلثوں کے تین تین جزائیں برابر ہوں تو ہر صورت میں وہ مثلث سطح سے آپس میں برابر ہوں گے وہ سب صورتیں بیان کرو جبکہ اثبات مقالہ اول میں ہوا ہے اور یہ بھی بیان کرو کہ کونسی صورت اس شکل کی ایسی ہے کہ وہ بیان نہیں ہوئی۔
(۶۱) مثلث کو گولنے اخرا معلوم ہوں کہ جسے مثلث بجا لے

(۶۲) ۲۶ شام کا عکس بیان کرو اور بتلاؤ کہ کس صورت میں وہ صحیح ہے اور اس صورت کو ثابت کرو

(۶۳) زاویہ درمیان ان دو ہمواروں کے کہ وہ خطوط مستقیم معلوم ہوں کہ ایک نقطہ پر ملتے ہیں کھالے برابر ہوتا ہے اس زاویہ کے حواون خطوں کے درمیان واقع ہے

(۶۴) اگر مثلثوں کا ایک ایک ضلع اور دو زاویے آپس میں برابر ہوں موافق اپنی اپنی نظیر کے تو کیا وہ مثلث سطح سے آپس میں برابر ہوں گے

(۶۵) اسلوب ترکیبی اور اسلوب تخیلی میں فرق بتلاؤ کہ کیا ہے اور کونسی شکل قلیدس میں اسلوب تخیلی سے ثابت ہے

(۶۶) کونے خواص ہموار خطوط مستقیم کے معلوم ہونے چاہئے کہ جب کا نتیجہ ہم ہمہ درستی سے نکال سکیں کہ وہ کبھی خارج ہونے سے آپس میں نہیں ملنے لگتے

(۶۷) خطوط متوازی کے باہم جو محدود و اوعلوم متعارف کلیتہ میں ان کو بیان کرو اور بتلاؤ کہ وہ اوکس شکل میں کام آتی ہیں
(۶۸) کیا ضرورت اس بات کے ہے کہ خطوط متوازی کے لیے تو ایک خاص علوم متعارفہ مخصوص بنایا جائے اور دائروں کے واسطے نہیں

(۶۹) پہلے مقالہ کے بارہویں علوم متعارفہ کا عکس کیا ہے اور کونسی دو شکلیں ان کی متمم ہیں

(۷۰) اگر دو خط ایسے ہوں کہ وہ کبھی خارج ہونے سے ملتے نہ ہوں تو وہ سوا خطوط متوازیہ کے کچھ اور ہو سکتے ہیں اگر ہو سکتے ہیں تو کس حالت میں

(۷۱) متصل کے زاویوں اور مقابل کے زاویوں اور اس کے زاویوں اور قبادی زاویوں کی تعریف کرو

اور بتاؤ کہ اقلیدس کی کیس شکل میں اُنک بیان ہے ؟

(۷۲) ۲۹ ش ام کا ثبوت بارہویں علوم متعارفہ پر منحصر ہے اُسکو توجہ تم کوئی کر سکتی ہو
(۷۳) کوئی اعتراض علوم متعارفہ پر اور خطوط متوازیہ کے حدود پر ہو سکتے ہیں کیا
مشکلات اس معاملہ میں ہیں دو اور بتاؤ کہ اور کیا قیاسات اس بات میں ہوتے ہیں
اور اور وجوہات کس بنا پر ہیں ؟

(۷۴) اگر یہ علوم متعارفہ مانا جائے کہ دو خطوط متوازیہ متقاطع ایک ہی خط کے متوازی
ہیں ہو سکتے تو ثابت کرو کہ بارہویں علوم متعارفہ نتیجہ صریح ۲۹ ش ام کا ہے۔
(۷۵) ۲۷ ش ام سے ثابت کرو کہ فاصلہ باہین خطوط متوازیہ کے ہمیشہ یکساں رہتا ہے۔
(۷۶) اگر دو خطوط مستقیم متوازی نہ ہوں تو جو خطوط مستقیم اُن پر واقع ہوں گے وہ زاویے
بتاؤ جو پیدا کریں گے اُنہیں فرق یکساں رہے گا۔

(۷۷) اگر خطوط متوازیہ کی یہ تعریف کی جائے کہ وہ خطوط ہیں جو ایک خط مستقیم کے ساتھ
ہمیشہ یکساں مساوی میل رکھتے ہیں تو ثابت کرو کہ کبھی کہیں جانے بسیمین نہیں
ملنے کے اور ۱۲ علوم متعارفہ کو یہی اس تعریف سے ثابت کرو۔

(۷۸) زاویہ خارجہ اور داخلہ سے کیا مراد ہے مثال دیکر اچھی طرح سمجھاؤ ؟
(۷۹) مثلث کا کوئی ضلع خارج نہ کرو اور اُس کے تینوں زاویوں کو ملا کر برابر دو
قانونے ثابت کرو ؟

(۸۰) نتیجہ صریح کی تعریف کرو اور وہ دو نتیجے صریح جو ۳۲ شکل میں لکھے ہیں بیان
کرو اور پہلے نتیجہ کو اور طرح سے ثابت کرو اور بتاؤ اور نتیجہ کیا اس شکل سے
نکل سکتے ہیں ؟

(۸۱) ایک ٹکڑا کاغذ کا مثلث کی شکل کا ہے اُس کے تینوں کونوں کو اس طرح اُٹھو
کہ مشاہدہ میں آجائے کہ تینوں زاویے مثلث کے مل کر برابر دو قانونے ہوتے ہیں ؟

(۸۲) ثابت کرو کہ خطوط مستقیم جو مثلث کے زاویہ داخلہ اور خارجہ کی تنصیف کرتے ہیں اور خطوط مستقیم جو متوازی الاضلاع کی ایک جہت کے اندر دو زاویوں کی تنصیف کرتے ہیں اُن کے درمیان زاویہ قائمہ ہوتا ہے۔

(۸۳) سطح متوازی الاضلاع کے مقابل کے زاویے اور ضلع آپس میں برابر ہوں گے۔ اس کا عکس ثابت کرو اور یہ بھی ثابت کرو کہ ذوالاربعة الاضلاع کے وتر آپس میں ایک دوسرے کو تنصیف کریں تو وہ ذوالاربعة الاضلاع متوازی الاضلاع ہوگی ماحجب اس کو وتر اس کو ایسے چار مثلثوں میں تقسیم کرتے ہوں کہ اُن میں سے دو دو ملکر اپنی جگہ زاویہ راس یک ہی ہو آپس میں برابر ہوں تو یہی وہ متوازی الاضلاع ہوگی۔

(۸۴) ایک متوازی الاضلاع کے بنانے کے لئے کیا معلومات ہونی چاہیئے کہ جس سے یہ شکل عملی مستقل یا غیر مستقل ہو جائے۔

(۸۵) اگر دو خطوط متوازی کے اطراف میں جو ایک سمت میں نہوں خطوط مستقیم وصل کیے جاویں تو کونسی صورت میں وہ برابر ہوں گے اور کونسی صورت میں غیر مساوی۔

(۸۶) اگر چار ضلع کی شکل کو جو ایک قطر تنصیف کرے تو ضرور وہ متوازی الاضلاع ہوگی اُس کو ثابت کرو۔

(۸۷) ۳۵ مثلث میں کس طرح سطح متوازی الاضلاع کے خطوط مستقیم سے ٹکڑے کریں کہ وہ ترتیب پا کر دوسری متوازی الاضلاع بن جائے۔

(۸۸) مثلث متساویہ اور متساوی الساقین میں فرق بتاؤ کہ کیا ہے اور اقلیدس کے متبادل سے اُس کی مثال دو

(۸۹) ایک نقطہ کا مقام النفاط کیا ہوتا ہے اور اُس کی مثالیں مقالہ اول سے مستنبط کرو۔

(۹۰) اگر برابر مثلث ایک قاعدہ پر یا برابر قاعدہ پر خواہ ایک سمت میں قاعدہ یا دونوں سمتوں میں واقع ہوں تو ثابت کرو کہ اُن کے ارتفاع آپس میں برابر ہوں گے۔

(۹۱) اگر ۳۵ و ۳۶ مثلث میں مثلثات ایک ہی جہت میں نہ واقع ہوں تو ثابت کرو

خط مستقیم انکی راسوں میں وصل کیا گیا قاعدہ کے خط سے تنصیف ہوگا
(۹۲) اگر ۴۳ شام میں متم مربع ہو تاؤ کیا نسبت انکو کل نخل سے ہوگی۔

(۹۳) ایک متوازی الاضلاع کے خط مستقیم پر چسپان ہونیکے کیا معنی ہیں

(۹۴) ۴۵ شام میں متوازی الاضلاع کا کیا بنا کلیہ ہے
۴۵ مربع کی تعریف ایسی کرو کہ وہ شہ الطر زائد سے خالی ہو اور اُس کے سوا

ایک خط مستقیم معلوم پر مربع بناؤ

(۹۶) مربع کے چاروں زایوں کا مجموعہ برابر چار قانونے ہوتا ہے کیا اسکا

عکس بھی صحیح ہے اور اگر نہیں ہے تو کیوں؟

(۹۷) اگر مربع کو یوں خیال کریں کہ وہ ایسی شکل ہے کہ چار خطوں نے گہری ہے

مگر وہ ایک سطح میں نہیں ہیں تو زایوں کے باب میں کیا شرط ہونی چاہئے کہ
مربع مطابق حدود کے ہو؟

(۹۸) ۴۷ شام میں اس بات کے ثابت کرنے کی کیا ضرورت ہے کہ مربع جو

اضلاع پر بتائے جائیں اوں کا ایک ضلع مثلث کے ایک ضلع کے ساتھ ایک خط مستقیم میں ہو

(۹۹) دو برابر عددوں کے حاصل ضرب اور مربع میں مماثلت کن کن باتوں کے فرض

کرنے سے ظاہر ہوتی ہے

(۱۰۰) مثلث جسکے ضلع ۳ و ۴ و ۵ ہوں قائم الزویا ہے یا نہیں

(۱۰۱) مربع کا ضلع اور قطر دونوں ساتھ کیا صحیح اعداد سے تعبیر ہو سکتے ہیں۔

(۱۰۲) ۴۸ شام کی استغاثت سے کیا اعداد اولے ۱ و ۲ و ۳ وغیرہ خطوط مستقیم

سے تعبیر ہو سکتے ہیں

(۱۰۳) ۴۹ شام کو سطح ثابت کرو کہ مربع و مثلث کی طرف بنیں اور ثابت کرو کہ

وہ اوس وتر کے مربع کے ضلعوں سے ایسے حصوں میں تقسیم ہوتے ہیں کہ اگر انکو مربع

دتر پر کہیں تو بالکل و غیر منطبق ہو جائیں

(۱۰۳) اگر دوسرے شکل مقالہ دوم کی مان لی جائے تو ہم شکل مقالہ اول کے دعوے

کی کیا صورت ہو سکتی ہے

(۱۰۵) مقالہ اول اقلیدس میں جو مثلث اور متوازی الاضلاع کی خاصیتیں ثابت ہوئیں

اور نکالے

(۱۰۶) ایسی کوئی شکل مقالہ اول میں بناؤ کہ وہ جزو خاص اپنے مابعد کی ہوں

(۱۰۷) بتلاؤ ہم شش آم مقالہ ثبوت کے لئے کتنی شکلوں کا مقالہ اول میں ثابت

ہونا ضروری ہے

(۱۰۸) کس طرح اکثر شکلوں کا عکس ثابت ہوا ہے کیا یہ قاعدہ کلیہ ہے کہ شکل کا عکس

ہمیشہ ثابت ہوا کرے

(۱۰۹) اگر علم ہندسہ میں جسامت کو مقدم خیال کریں تو پہر سطح اور خط اور نقطہ کی

تعریف کس طرح کریں گے

(۱۱۰) مقالہ اول کی شکلوں کی تقسیم کتنی قسموں میں ہو سکتی ہے

(۱۱۱) افلاطون نے خط مستقیم کی یہ تعریف کی ہے کہ اگر اس کے ایک طرف پر آئینہ

رکھی جائے تو وہ نظر نہ آئے اور طے ہذا القیاس سطح مستوی کی تعریف کی ہے

کہ اگر اس کے ایک طرف پر آئینہ لگائی جائے تو ساری سطح آئینہ سے پہچانے تو بتا

ان تعریفوں میں کیا خرابی ہے فقط

تمام ہوا مقالہ اول

حواشی مقالہ دوم

مقالہ اول میں عموماً مقادیر متصلہ متجانسہ خطوط دروایا و سطوح کا اور خصوصاً مثلثوں اور متوازی الاضلاعوں کا باہم مقابلہ سطح کیا گیا ہے۔ اور کتاب ہم مساوی یا غیر مساوی ہونا۔ مقالہ دوم میں خواص متوازی الاضلاع قائم الزوایا ثابت کی گئی ہیں مگر اوپر بیان کردہ مقالہ سے کچھ بحث نہیں ہے اور ۳۷ شام کو توسیع دی ہے یعنی مثلث حادثہ الزوایا او منفرج الزوایہ کا بیان اسی قسم کا کیا ہے سطح کا قائم الزوایہ کا بیان ۳۷ شام میں ہوا اقلیدس کے کچھ تعریف قائم الزوایا متوازی الاضلاع نہیں بیان کی شاید اس شکل کا نام یونانی میں ایسا تھا کہ اسے مفہوم وہی ہوتا تھا جو تعریف ہوتا قائم الزوایا متوازی الاضلاع اور متوازی الاضلاع کو کہتے ہیں جبکہ ایک زاویہ قائمہ ہو اور اگر ہم متوازی الاضلاع کو اوڑا کر فقط قائم الزوایا کہتے ہیں اور اس سے ہی متوازی الاضلاع قائم الزوایا ہم سمجھتے ہیں قائم الزوایا ہے جس کے ضلعے آپس میں برابر ہیں۔ اقلیدس میں انہیں مربعوں بحث ہوتی ہے جو خطوط مستقیم پر پائین یا اوپر خطوط پر بنا ہوا خیال کریں مربع خط اب پر جو بنائیں اور اسکو نقصاً مربع اب پر یا مربع اب کہتے ہیں ۳۷ شام میں ثابت ہوا ہے کہ ایک ہی قاعدہ پر درمیان ایک ہی خطوط متوازیہ کے بے شمار متوازی الاضلاع بن ہو سکتی ہیں جس کے رقبے آپس میں برابر ہوں لیکن ان میں قائم الزوایا ایک ہی متوازی الاضلاع ہوگی جس کے زاوے قائم ہوں لیکن اس کے ضلعوں کا مجموعہ بہ نسبت اور متوازی الاضلاعوں کے مجموعہ اضلاع کے جو اسی قاعدہ پر درمیان انہیں خطوط

متوازیہ کے واقع ہون نہایت کم ہو گا پس اس سے معلوم ہوا کہ اس قائم الزوایا متوازی الاضلاع
رقبہ فقط اون دو ضلعوں جو زاویہ قائمہ کے محیط میں متعین ہو سکتا ہے اس واسطے متبادلہ
کی پہلی حد میں یہ بیان کیا گیا ہے کہ ہر متوازی الاضلاع قائم الزوایا کو سطح اون دو ضلعوں
کے کہتے ہیں جو زاویہ قائمہ کے محیط میں

مقالہ دوم میں مفادیہ کے متساوی اور مترادف ہونے میں کچھ تمیز نہیں کی گئی ہے ویکہ ہر ایک
قائم الزوایا کو سطح اون دونوں خطوں کے کہتے ہیں جو اس کے زاویہ قائمہ کے دو ضلعوں محیط کے برابر ہیں اور
یوں قائم الزوایا کہنا اور سطح دو ضلعوں محیط قائمہ کے کہنے ایک ہی بات ہے

اس بات کو ہمیشہ خیال میں رکھنا چاہئے کہ سطح قائم الزوایا کی چار خطوط متقسم محیط ہوتے ہیں
ابتداء میں یہ ایک بڑی بات ہے کہ مفہومات ہندسہ اور مفہومات حسابیہ یا جبریہ میں تمیز کی جائے
علم ہندسہ کا موضوع مقدار متصلہ ہے اور اس کا موضوع عدد نہیں ہے اس لئے قائم الزوایا کو کوئی جملہ جبریہ
یا حسابیہ تعبیر کرنیوالا براہین ہندسہ میں مقرر کرنا دلائل صادقہ سے انحراف کرنا ہے لیکن یہ بات
بھی نہایت ضروری ہے عدد اور مقدار متصلہ میں جو تعلقات باہم ہیں ان کو دہان نگاہ میں
جہاں تک کہ وہ خطوط اور سطوح کو تعبیر کرتے ہیں

تمام خطوط بنتے ہیں اور تمام سطوح سطوح سے ایک خاص طول یا یک خط کو متعین کر کے
اور اس کا نام پیمانہ واحد کہتے ہیں اور پھر ہر خطوں کے طولوں کو اس پیمانہ واحد کی تعداد سے
تعبیر کرتے ہیں اور کہتے ہیں کہ اس خط میں اتنے پیمانے واحد خطی شامل ہیں اور سطوح کے
پانے کے لئے مربع کی شکل مقرر کی گئی ہے اس مربع کا طول ایک پیمانہ واحد خطی کے برابر ہوتا ہے اور
اور اسی سے سب سطحوں کی مقدار بتلائی جاتی ہے کہ اتنی پیمانہ واحد مربع اس میں شامل ہیں یہ بات
یاد رکھنے چاہئے کہ مقالہ دوم اقلیدس میں جو خواص قائم الزوایا اور مربع کی ثابت ہوئے ہیں ان کو کچھ
مستثنیٰ نہیں ہے کہ اضلاع اون کے کسی پیمانہ واحد خطی کے ضغاف ہی تعبیر ہو دیں۔

ہاں اگر قائم الزوایا کے اضلاع ایسے پورے حصوں میں تقسیم ہو جائیں جن میں سے ہر ایک برابر پیمانہ واحد

خطی کے متواضع اور رقبہ کو تعبیر کر نیوالے نکل سکتے ہیں

دو خطوط مستقیم چھو ایک دوسرے کو ساتھ زاویہ قائمہ بناتے ہیں اب برابر ۴ کے اعداد برابر

۳۵ بیانہ واحد خطی کے ناپ کو قطع کرو اور قائم الزوایا

اب اس کو پورا بناؤ اور اب اور ۱۰ کے نقاط

تقسیم میل اور ف م اوج ن متوازی اور کے

اور ۵ اور ک ف متوازی اب کے نکالو

تو قائم الزوایا اس برابر مین تقسیم ہو گئے

اور بحکم (اشام) کے مجموعہ سطح قائم الزوایا ال اور ف م اوج ن اور ک ف کا برابر اس کے

اور بحکم (۳۴ شام) کے یہ قائم الزوایا سطح آئین ہیں برابر ہیں

اس واسطے ان سطحوں میں سے کسی ایک سطح ال سے اس چونچ ہے

اور پہر ال برابر سطح قائم الزوایا می ۵ اور ۵ اور ۱۰ مین سے سب سطح خطوط

مساویہ ۱۵ اور ۵ اور ک اور پربنا سکتے ہیں

اس واسطے قائم الزوایا ال سینہ مربع ۱۵ سے ہوئے

اس واسطے قائم الزوایا اس ۴۴ گنی مربع ۱۵ سے یعنی ۱۲ مربع بیانہ واحد کے برابر ہو گئے

حاصل ضرب اون دو عددوں کا جو اضلاع قائم الزوایا کو تعبیر کرتے ہیں اون مربع بیانہ واحد

کی تعداد کو تعبیر کرتا ہے جو اس قائم الزوایا میں ہیں

پس اس سطح سے رقبہ تعبیر کر نیوالے اعداد حاصل ہو گئے

اور اگر اب اور ۱۰ مین بجائے ۴۰ کے ط و ص بیانہ واحد خطی ہوں تو اس سطح ثابت ہو گا کہ

قائم الزوایا اس کے رقبہ میں ط و ص مربع بیانہ واحد خطی ہو گئے پس اس کے ط و ص نہایت

مناسب تعبیر کر نیوالا رقبہ قائم الزوایا اس کا ہو گا

اب اسے یہ معلوم ہوا کہ علم نہدہ میں قائم الزوایا کے معنی اور حساب وجہ مقابلہ میں حاصل ضرب کے

باہم مشابہت نامہ رکھتے ہیں اور قائم الزوایا کے رقبوں میں مقابلہ اوسط طرح ہو سکتا ہے
جسطرح اولیٰ اعداد کے حاصل ضربوں میں جو اضلاع قائم الزوایا کو تعبیر کرتے ہیں
پس اسی سبب مسائل ہندسہ کا اثبات دلائل حیرہ اور حسابیہ پر مبنی ہوتا ہے
اگر دو ضلع قائم الزوایا کے آئینہ برابر ہوں یا برابر ص کے ہو تو شکل مربع ہوگی اور رقبہ اوسکا
طریقاً ط سے تعبیر ہوگا

چونکہ مثلث اور متوازی الاضلاع جو ایک ہی قاعدہ اور ارتفاع رکھتے ہیں ان میں مثلث نصف
متوازی الاضلاع کا ہوتا ہے ہوا سطح مثلث کا رقبہ نصف اس قائم الزوایا سے تعبیر ہوگا جو
مثلث کے برابر قاعدہ اور ارتفاع رکھتی ہے یا سے یوں بیان کرو کہ اگر قاعدہ میں ط پیمانہ واحد
اور ارتفاع میں ص پیمانہ واحد ہوں تو مثلث کا رقبہ $\frac{1}{2}$ ط ص سے تعبیر ہوگا
مقالہ دوم کی جو آئینہ شکلیں اول کی ہیں وہ سب اس علوم متعارفہ کی مثالیں ہیں کہ کل اپنے
سب اجزاء کے مجموعہ کی برابر ہوتا ہے دیکھ لو کہ ہر ایک شکل کا رقبہ برابر اپنے سب اجزاء کے
مجموعہ کے برابر بیان کیا گیا ہے

(حصہ ۲) متوازی الاضلاع ابس کے کسی قطب دین کوئی نقطہ مقرر کر کے دو خطوط
مستقیم ی فح اور و ف ک متوازی الاضلاع شکل کے کچھ پین تو یہ خطوط چار متوازی الاضلاع
میں اوس متوازی الاضلاع کو تقسیم کریں گے دو متوازی الاضلاع کو جن میں قطر
متوازی الاضلاع کا گذرنا ہے گرد قطر متوازی الاضلاع کے کہتے ہیں اور دو متوازی الاضلاع
ی ک اور و ج کو متمم متوازی الاضلاع جو گرد قطر کے واقع ہیں کہتے ہیں اور ہر ایک سطح
متوازی الاضلاع جو گرد قطر کے واقع ہے مع دو متممون کے علم کہلاتی ہے مثلاً
متوازی الاضلاع ی ک مع دو متممون و ف اور ف س کے علم ہے اور ایسے
آبی متوازی الاضلاع و ج ہی مع انہیں دو متممون کے علم ہے اور اگر دو سہ قطر
اس کچھ پانچا جائے تو دو اور علم کسی نقطہ سے اس کے متوازی کیسے پیدا ہو جائینگے

پہلی شکل بجائے اس کہنے کو کہ قائم الزوایا جواب اور بس یعنی ہی ہم یہ کہا کرتے ہیں کہ سطح
اب اور بس کی یا سطح اب س اس شکل کا یہ نتیجہ ہی اور زیادہ ہو سکتا ہے کہ اگر دو خطوط
مستقیم کسی حصہ میں بقیہ کے جائیں تو سطح دونوں خطوں کی برابر ہوگی باہم اوکے
حصوں کی سطح کے

اقلیدس کوئی پیمانہ خطوط اور سطح کی پیمائش کے لئے نہیں مقرر کیا اسلئے مقالہ دوم میں قلید
قائم الزوایا کی مفہومات بالکلج اس بات میں جو ہم نے بیان کے کہ قائم الزوایا کی خصوصیت
استدلال عدد کے حاصل ضرب کریں اور یہ کہین کہ حاصل ضرب تعبیر کرتا ہے اور ان احاد مربع
پیمانہ واحد کو سطح قائم الزوایا کے رقبوں میں موجود ہیں

شکل اول میں اشکال بہ اور بک اور دل قائم الزوایا ہیں اور یہ آسانی سے ثابت ہو سکتی ہیں
اسو اسطی کہ متوازی ہونیکے سبب زاوے س ی ل اور ی د ک آپس میں برابر ہیں اور حکم
(۲۹ ش م) کے زاویہ ی د ک برابر ہے زاویہ ب ج کے لیکن زاویہ ب ج قائم ہے
پس اشکال بہ اور بک اور دل اور ی ہ میں سے ایک کے زاویوں میں ایک زاویہ قائم ہے
اور سو اسطی حکم (۲۶ ش م) کے ان شکلوں میں ہر ایک شکل قائم الزوایا ہے

اثبات جبرہ

فرض کرو کہ ب س میں پیمانہ واحد خطی ط ہیں اور خط آ میں ص پیمانہ واحد خطی ہیں اور ب د اور
د ی اور ی س میں م اور ن اور ع پیمانہ واحد ہیں تو

$$\text{ط} = \text{م} + \text{ن} + \text{ع}$$

ان مساویوں کو ص میں ضرب دو تو ص ط = ص م + ص ن + ص ع
یعنی حاصل ضرب دو عددوں کا جن میں سے ایک کتنی ایک حصوں میں تقسیم ہوا ہے برابر ہوتا ہے مجموعہ
حاصل ضربوں عدد غیر منقسم اور عدد منقسم حصوں کے
اور اگر حاصل ضرب کی معنی بموجب علم ہندسیہ کے لین

تو اس طے میں جو مربع پیمانہ واحد میں وہ برابر میں مجموعہ مربعوں پیمانہ واحد جو ص م و ص ن

و ص ع میں ہیں

شکل جسطرح جبر مقابلہ کے طور پر بیان کیا گئی ہے اس کے طور پر ہی بیان ہو سکتی ہے

اگر ط برابر ۱۲ پیمانہ واحد کر دیا اور ص برابر پیمانہ واحد کر دیا اور م و ن و ع برابر ۲ و ۴ و ۶ پیمانہ

واحد کے ہو تو $۱۲ = ۲ + ۴ + ۶$

ان مساویوں کو ۵ میں ضرب دو تو

$$(۲ + ۴ + ۶) \times ۵ = ۱۲ \times ۵$$

$$۲ \times ۵ + ۴ \times ۵ + ۶ \times ۵ = ۱۲ \times ۵ \quad \therefore$$

اور سطح اور شکلین بھی ثابت ہو سکتی ہیں جہاں جبریہ میں جو خطوط کو تعبیر کرتے ہیں کچھ اعداد فرض کر لیں

اثبات جبریہ شکل دوم

فرض کرو کہ اب میں ط پیمانہ واحد خطی ہیں اور اس اور س میں م اور ن پیمانہ واحد تو

$$م + ن = ط$$

مساویوں کو ط میں ضرب دو ط م + ط ن = ط^۲

یعنی اگر ایک عدد دو حصوں میں تقسیم کیا جائے تو اصل عدد کا مربع برابر ہو گا کل عدد اور ہر ایک حصہ کے حاصل ضربوں کے

شکل - او میں بس حصہ لیا ہی دو حصہ اس بھی لیا جاسکتا ہے اور پہلے طرح

سے ثابت ہو سکتا ہے کہ سطح اب اور اس کے برابر ہے سطح اس اور س با مع

مربع اس کے

اثبات جبریہ شکل ۳

فرض کرو کہ اب میں ط پیمانہ واحد میں اور س میں م اور اس میں ن تو

$$1 = م + ن$$

ان مساویوں کو م میں ضرب دو تو $م + م = 1$

اگر ایک عدد دو حصوں میں تقسیم کیا جائے تو حاصل ضرب کل عدد اور ایک حصہ کا برابر ہوگا

دونوں حصوں کے حاصل ضرب اور مربع حصہ مذکور کے

شکل اول کی خاص صورتیں ہیں اور اولیٰ بیان شکل اول کے بیان میں ضمنا ہو گیا ہے

شکل چہارم دو اوپر کی شکلوں سے اگرچہ یہ شکل مستنبط ہو سکتی ہے لیکن اقلیدس نے سب

مقالہ لی اثبات میں اس ترکیب کو ترجیح دی کہ سطح جبر کا مقابلہ کیا جاوے اس کی مساوات ظاہر کرے

۴م شکل کے نتیجہ میں بیان ہوا ہے کہ جس توازی الاضلاع کا ایک زاویہ قائمہ ہو تو اس کے

سب زاوے قائمے ہونگے ۴م شکل کے اس حکم کو اگر اثبات میں کام میں لائیں تو نہایت مختصر

اثبات میں ہو جاتا ہے

اگر دونوں حصے خط کر برابر ہوں تو کل خط کا مربع برابر ہوگا جو چند مربع نصف خط کے

اگر ایک خط تین حصوں میں تقسیم کیا جائے تو مربع کل خط کا برابر ہوگا مربع تینوں حصوں مع

دو چند سطح ہر ایک دو حصوں کے کلیہ یہ ہے کہ اگر ایک خط کتنے حصوں میں تقسیم کیا جائے تو کل خط

کا مربع برابر ہوگا سب حصوں کے مربعوں مع دو چند سطح ہر ایک حصوں کے

ثبوت جبر یہ شکل ۴

فرض کرو کہ اب میں ط پمانہ واحد ہوں اور حصص اس اور ب اس میں م اور ن ہوں

$$1 = م + ن$$

ان مساویوں کا مجدد کرو $م + م = 1$

اگر ایک عدد دو حصوں میں تقسیم کیا جائے تو مربع کل عدد کا برابر ہوگا مربع دونوں حصوں مع دو چند

سطح دونوں حصوں کے - (۴م شکل) اقلیدس (۴م شکل) اس طرح ثابت ہو سکتی ہے

شکل میں دل کو دی بر اور می کو ی ب بر پر ی ب س کے بناؤ اور ط اس ہ اور

ہل اول م اور م س تو کل ہل م س ایک مربع ہے

اور چار مثلث س ۱۵ اور ۵ دل اور ل ی ب اور م ب س اکسین برابر ہیں
اور ملکر قائم الزویا ل ی ح اور ج ی کے برابر ہیں

پس ل ی ح اور ج ی اور ف ۵ اور س ک ملکر برابر ہیں اردی ب کے
اور شکل ۵ ل م س مع چار مثلثوں س ۱۵ اور ۵ دل اور ل ی ب اور م ب س کے
کل شکل اردی ب بنانی ہیں

تو ل ی ح اور ج ی اور ف ۵ اور س ک ملکر برابر ہیں ل م س مع چار مثلثوں کے
لیکن ل ی ح اور ج ی برابر ہیں چار مثلثوں کے

اسی واسطی ف ۵ اور س ک برابر ہیں ل م س کے

یعنی مربع اس اور ۵ کے برابر ہیں س ۵ کے مربع کے

شکل پنجم۔ اگر ایک خط دو برابر حصوں میں تقسیم یعنی تضییف کیا جاوے تو سطح دونوں حصوں کی نہایت
زیادہ اور مجموعہ مربع دونوں حصوں کا ملکر نہایت کم ہوتا ہے
شکل کے دیکھنے سے یہ نتیجہ آسانی سے ثابت ہو سکتا ہے

یہ بات یاد رکھنی چاہیے کہ علم ہندسہ میں دو خطوط مستقیم مجموعہ سے مراد وہ خط مستقیم ہوتا ہے جو اون
دونوں خطوں کے اس طرح ملائیے کہ وہ ایک سیدہ میں ہو جائیں پیدا ہوتا ہے

ایک خط کو مساوی اور غیر مساوی حصوں میں تقسیم ہونے کے باب میں یہ خواص اون کی قابل
یاد کرنے کے ہیں

اول چونکہ ا ب = ۲ ب س = ۲ (ب د + د س) = ۲ ب د + ۲ د س (۵ ش ۲ م)

$$ا ب = ا د + د ب$$

$$۲ : ۲ س د + ۲ ب د = ا د + د ب$$

ان مساویوں سے ا ب کو تفریق کرو تو اس سے ا د - ب د

$$اور س د = \frac{۱}{۲} (ا د - ب د)$$

اسے یہ ثابت ہوا کہ اگر ایک خط مستقیم اب دو مساوی حصوں میں نقطہ س پر اور دو غیر مساوی حصوں میں نقطہ د پر تقسیم کیا جائے تو خط کا حصہ س د جو درمیان نقاط تقسیم کے واقع ہے برابر ہوگا نصف فرق غیر مساوی حصوں کے

دوم ارد = اس + س د مجموعہ دو غیر مساوی حصوں کے (دس ۲م)

ب د = اس + س د ان کے حاصل تفریق کے

ان مساویوں کے جمع کر نیسے ارد + دب = ۲ اس

یعنی مجموعہ اور فرق دو خطوط اس اور س د کا برابر ہے دو چند بڑے خط کے اور نصف ہی ان مساویوں کے مساوی ہونگے :: $\frac{1}{2} ارد + \frac{1}{2} دب = اس$

یعنی نصف مجموعہ دو غیر مساوی خطوط اس اور س د کا ان کے نصف فرق پر زیادہ کیا گیا برابر بڑے خط اس کے ہے

سوم چونکہ ارد = اس + س د اور دب = اس - س د

ان مساویوں کے تفریق کرنے سے ارد - دب = ۲ س د

یعنی دو مساوی خطوں کے مجموعہ اور فرق کا تفاوت برابر ہوتا ہے دو چند چھوٹے خط کے

اور ان مساویوں کے نصف ہی مساوی ہیں :: $\frac{1}{2} ارد - \frac{1}{2} دب = س د$

یعنی دو خطوں کا نصف فرق ان کے نصف مجموعہ میں سے تفریق کیا گیا برابر ہوتا ہے ان دو خطوں میں سے چھوٹے خط کے

چہارم چونکہ اس - س د = دب حاصل تفریق کے

:: اس = دب + س د

ان مساویوں میں سے ہر ایک پر س د چھوٹے خط کے زیادہ کرنے سے

اس + س د = دب + ۲ س د

یعنی مجموعہ دو غیر مساوی خطوط کا برابر ہے دو چند چھوٹے خط مع فرق دونوں خطوط کے

شکل پنج میں سطح ادا اور دب کی اور مربع بس کا ایک ہی احاطہ سے محدود ہیں
لیکن جو سطحیں گہری ہیں اوہیں فرق بقدر مربع بس دے کے ہے
اگر یہ خیال کریں کہ اس اور اس دو خطوں ادا اور دب کا ہر نصف مجموعہ نصف
تو نتیجہ اس شکل سے یہہ نظر آگا کہ سطح دو خطوں کی برابر ہوتی ہے اس کے نصف مجموعہ اور

نصف فرق کے مربعوں کے تفاوت کے
اثبات جبریہ شکل

فرض کرو کہ دب میں ط پانہ واحد خطی
تو اس کے نصف بس میں ط پانہ واحد خطی
اور اس میں جو درمیان نقاط تقسیم واقع ہوا ہے م پانہ واحد خطی ہونگے
اور غیر مساوی خطوں میں سے بڑے حصہ ادا میں ط + م پانہ واحد خطی ہونگے
اور چھوٹے حصہ دب میں ط - م

اور نصف فرق ط + م اور ط - م کا ہے :۔ (ط + م) (ط - م) = ط - م
ان مساویوں میں سے ہر ایک پر م زیادہ کر تو (ط + م) (ط - م) + م = ط
یعنی اگر ایک عدد دو مساوی اور دو غیر مساوی حصوں میں تقسیم کیا جائے تو حاصل ضرب
دو غیر مساوی حصوں کا مع مربع نصف فرق کے برابر ہوگا نصف عدد کے مربع کے
شکل ششم ایک خط مستقیم کو خارج کیا گیا یا ممدودہ جب کہتے ہیں کہ اس کا طول کسی سمت
زیادہ کیا جائے اور جبنا طول یہ زیادہ ہوتا ہے اسے حصہ خارج شدہ یا ممدودہ کہتے ہیں
اگر ایک خط کو اندر نقطہ متعین کریں تو اس کو تقسیم داخلی کہتے ہیں اور فاصلہ جو اس نقطہ سے
اطراف خط کا ہوتا ہے اسے داخلی حصے کہتے ہیں اور جب نقطہ خط ممدودہ میں بقر کیا جا
تو اس کو تقسیم خارجی کہتے ہیں اور فاصلہ جو اس نقطہ کا اطراف خط سے ہوتا ہے اسے
خارجی حصے کہتے ہیں شکل ششم و ششم اور شکل نہم و دہم ایک ہی ہو جائینگے

اگر اس تقسیم داخلی اور خارجی کو ملحوظ رکھیں

اثبات حیرہ شکل

فرض کرو کہ اب میں r پیمانہ واحد خطی ہوں تو او کے نصف بس میں r پیمانہ واحد خطی ہو گئے اور اب دین m پیمانہ واحد خطی تو اب میں $r + m$ پیمانہ واحد خطی ہو گئے اور $\therefore (r + m) = m + r$ م ان مساویوں میں سے ہر ایک برط زیادہ کرو تو

$$r + mbr + b = b + m(r + br)$$

لیکن $(m+b)^2 = m^2 + 2mb + b^2$

$$(r+b) = b + r(r+b) \therefore$$

یعنی اگر ایک عدد دو برابر حصوں میں تقسیم کیا جائے اور ایک عدد کل پر اور ایک نصف پر زیادہ کیا جائے تو حاصل ضرب کل عدد کا جو سطح زیادہ کرنے سے بنا ہے اور زیادہ کئے ہوئے عدد کا مع مربع نصف عدد کے برابر ہوگا اور اس عدد کے مربع کے جو نصف عدد اور زیادہ کئے ہوئے عدد سے ملکر بنتا ہے

اشکال پنجم او ششم کے جو نتائج جبریہ بیان ہوئے ہیں وہ مترادف ہیں یہ بات ظاہر ہے کہ ط + م اور ط - م کا شکل پنجم میں $\frac{1}{2} ط + \frac{1}{2} م$ اور م کا شکل ششم میں فرق ایک ہی ہے اور ایک ہی جملہ جبریہ مطلب دونوں کا ادا کرتا ہے

یہ بات اس طرح پیدا ہوتی ہے کہ جب دو غیر مساوی خطوط ایک سمت میں مہون تو او ان کے فرق بیان کرنے کے علم ہندسہ میں دو طور ہیں ایک طور شکل پنجم میں بیان ہوا ہے دوسرے طور شکل ششم میں شکل پنجم میں فرق ب دو غیر مساوی خطوط اس اور اس کا اس طرح بیان کیا گیا ہے کہ چھوٹے خط اس کو خارج کر کے سب کو برابر بڑے خط اس کے بنایا تو اس اور اس کا فرق حصہ مدد دہ ہے

اوسطے کہ اس برابر ہے س ب کے اور ہر ایک مین سے س د کو نکالیں
 تو اس اور س د کا فرق برابر ہے س ب اور س د کے فرق کے
 شکل ششم مین فرق د ب دو غیر مساوی خطوط اس کا اوسط بیان کیا گیا ہے
 کہ بڑے خط س د مین سے ایک حصہ س ب برابر جو گئے خط س د کے بنا لیا ہے
 شکل ہفتم اس اور س ب مین سے کوئی ساہلین تو ہر طرح سے دعویٰ صحیح ہے یعنی
 اب اور اس کے مربع برابر ہیں دو چند سطح اب اور اس مع مربع س ب کے
 اس شکل کے دعویٰ کو اوسط بیان کرتے ہیں کہ دو خطوں کے فرق کا مربع برابر ہوتا ہے ان خطوں
 مربعوں اور اونکے دو چند سطح کی تفاوت کی
 دو خطوں کے مجموعہ اور فرق کے مربعوں کا تفاوت کو برابر ہوتا ہے ان خطوں کے چوبہ سطح کے

اثبات جبر یہ شکل

فرض کرو کہ اب مین ط بیانہ واحد خطی اور او کے حصص اس اور س ب مین م اور ن پانچ
 واحد خطی ہیں تو $ط = م + ن$ ان مساویوں کو مربع کرو
 $ط^2 = م^2 + ۲م ن + ن^2$ ان مساویوں مین سے ہر ایک پر ن زیادہ کرو
 $ط^2 + ن^2 = م^2 + ۲م ن + ۲ن^2$ لیکن
 $۲م ن + ۲ن^2 = ۲ن(م + ن) = ۲ن ط$
 $ط^2 + ن^2 = ۲ن ط$

پس اگر ایک عدد دو حصوں مین تقسیم کیا جائے تو کل عدد کا مربع مع ایک حصہ کے مربع کے
 برابر ہے دو چند حاصل ضرب کل عدد اور حصہ د کو اور دوسرے حصہ کے مربع کے
 شکل ششم شکل ہفتم کی طرح اس شکل مین ہی ہر ایک حصہ لیا جاسکتا اور یہ کیا جاسکتا ہے
 کہ چوبہ سطح اب اور اس کے مربع س ب کے برابر ہے ہر سطح اس خط تقسیم کے برابر

اور اس سے ملکر بنا ہے

یہ شکل (۴۴ ش ۴۴) سے سطح مستند ہو سکتی ہے

دیکھو شکل ۱۱ حکم (۴۴ ش ۴۴) اور کا مربع برابر ہے اب اور ب کے مربعوں اور د و چند سطح اب اور ب کے یا مربعوں اب اور ب سے اور د و چند سطح اب اور ب سے اسو سطحی کرب س برابر ہے ب کے اور حکم (۴۴ ش ۴۴) کے مربع اب اور ب سے کرب برابر ہیں اور د و چند سطح اب اور ب سے مع مربع اس کے

اسو سطحی اور کا مربع برابر ہے چو چند سطح اب اور ب سے مع مربع اس کے

اثبات جبرہ شکل ۱۱

فرض کرو کہ کل خط اب میں ط پیمانہ واحد خطی اور اس کے حصوں اس اور ب میں م اور ن پیمانہ واحد خطی ہیں

تو $م + ن = ط$ اور ن کو ہر ایک میں سے تفریق کرو

تو $م = ط - ن$ ان مساویوں کا مربع کرو تو

$م^2 = ط^2 - ۲طن + ن^2$ ان مساویوں پر $۲طن$ زیادہ کر دو

$۲طن + م^2 = ط^2 + ۲طن + ن^2$

لیکن $ط^2 + ۲طن + ن^2 = (ط + ن)^2$

$\therefore ۲طن + م^2 = (ط + ن)^2$

یعنی اگر ایک عدد دو حصوں میں تقسیم کیا جائے تو چو چند حاصل ضرب کل عدد اور کسی ایک حصہ کا مربع برابر دو حصوں کے برابر ہوگا اور اس حصہ کے مربع کے برابر کل عدد اور حصہ ذکر سے بنتا ہے آٹھویں شکل اس صورت سے ہی بیان ہو سکتی ہے کہ دو خطوں کے مجموعہ کا مربع اور ان کے فرق کے مربع سے بقدر چو چند سطح دو نو خطوں کے زیادہ ہوتا ہے

شکل ۱۲ ہمیشہ ۴۴ ش ۴۴ سے تسبیح شکل ۱۱ کا ہو سکتا ہے

اسو سطحی کہ بجلم (۱۷ ش ۴م) کہ دو کا مربع برابر ہے اس اور اس کے مربعوں اور دو چند سطح
 اس اور اس کے مربع دے مربع دے کو ہر ایک پر زیادہ کرو تو مربعے اور دو دے کے برابر ہونگے
 اس اور اس کے مربعوں اور دو چند سطح اس اور اس کے مربع دے دے مربع دے کے
 یا مربعات ب س اور اس کے دو چند سطح ب س اور اس کے مربع دے کے
 اسو سطحی کہ ب س برابر ہے اس کے
 لیکن بجلم (۱۷ ش ۲م) کے ب س اور اس کے مربعے برابر ہیں دو چند سطح ب س اور اس کے
 اور مربع دے کے

پس سنے اور دے کے مربعے برابر ہونے دو چند مربعوں ب س اور اس کے
 (شکل ۹ کو دیکھو) اس شکل سے ظاہر ہے کہ اس اور اس کے مجموعہ کا مربع
 اور اس کے فرق دے کا مربع ملکر دو چند ہیں اس اور اس کے مربعوں سے

اثبات جبریہ شکل ۹

فرض کرو کہ اب میں ۲ پیمانہ واحد خطی ہیں تو او ان کے نصف اس یا س ب میں
 پیمانہ واحد خطی ہونگے
 اور یہ ہم ہی فرض کرو کہ نقاط تقسیم درمیان جو خط میں دو پیمانہ واحد خطی ہیں
 تو دو غیر مساوی حصوں میں سے بڑے حصہ اور میں ط + م پیمانہ واحد خطی ہونگے
 اور چھوٹے حصہ دے میں ط - م

$$\therefore (ط + م)^2 = ط^2 + ۲ ط م + م^2$$

$$(ط - م)^2 = ط^2 - ۲ ط م + م^2$$

$$\therefore (ط + م)^2 + (ط - م)^2 = ط^2 + ط^2 + م^2 + م^2$$

یعنی اگر ایک عدد دو مساوی اور دو غیر مساوی حصوں میں تقسیم کیا جائے تو مجموعہ ان دونوں
 غیر مساوی حصوں کے مربعوں کا برابر ہوگا دو چند مربع نصف عدد اور دو چند مربع نصف حاصلتفریق

اون غیر مساوی حصوں کے
دسویں شکل یہ شکل بھی نوین شکل کی طرح سے ۴ و ۵ ش ۲ م سے ثابت ہو سکتی ہے

اثبات جبریہ شکل ۱

فرض کرو کہ خط ا ب مین ۲ پیمانہ واحد خطی ہیں تو اس کے نصف اس یاس ب مین ۲
پیمانہ واحد خطی ہونگے

اور فرض کرو کہ ب د مین ۲ پیمانہ واحد خطی ہیں
تو کل خط اور حصہ خارج مین ۲ + ۲ م پیمانہ واحد خطی ہونگے

$$\therefore (۲ + م) = ۲ + ۲ م + ۲ م$$

م ان مساویوں مین سے ہر ایک پر زیادہ کر دو تو

$$(۲ + م) + م = ۲ + ۲ م + ۲ م + م$$

$$\text{اور } (۲ + م) = ۲ + ۲ م + م$$

ان مساویوں مین سے ہر ایک پر ۲ زیادہ کر دو تو

$$(۲ + م) + ۲ = ۲ + ۲ م + ۲ م + ۲$$

ان مساویوں کے دو چند کرنے سے

$$۲ (۲ + م) + ۲ = ۲ + ۲ م + ۲ م + ۲$$

$$\text{لیکن } (۲ + م) + م = ۲ + ۲ م + ۲ م + م$$

$$\text{پس } \therefore (۲ + م) + م = ۲ + ۲ م + ۲ م + م$$

یعنی اگر ایک عدد دو برابر حصوں میں تقسیم کیا جائے اور کل عدد پر اور کسی ایک نصف پر ایک

عدد زیادہ کیا جائے تو مربع کل عدد کا جو سطح زیادہ ہو کر بنا ہے اور مربع اس عدد کا جو

زیادہ کیا گیا ہے دو نون ملکر برابر ہونگے دو چند مربع نصف عدد اور نصف مع عدد

زائد کے مربعوں کے

جلہا بجسویہ شکل نیم اور دم میں اس طرح متحد ہیں جس طرح شکل پنجم و ششم میں تہی اور میں دو خطوں کے فرق کو دو طرح بیان کیا گیا ہے

اور ان دونوں شکلوں کے دعویٰ اس ایک دعویٰ میں بیان ہو سکتے ہیں کہ دو خطوط اگر مجموعہ کا مربع مع اون دونوں خطوط کے فرق کے مربع کے برابر ہوتا ہے مجموعہ مربع ان دونوں خطوں کے

شکل پانچم اس شکل کے بنائین یہ سوال حل ہو جاتا ہے کہ ایک خط مستقیم کو اتنا زیادہ کر دو کہ سطح کل خط مع زیادتی کے فقط زیادتی میں برابر اصلی خط کے مربع کے ہو اسو اسطی کہ سطح سن ف اور اف کے برابر ہے اسو ایا اب کے مربع کے اس شکل کے ذریعہ سے دو سلسلے خطوط کے ایسے دریافت ہو سکتے ہیں کہ ایک متساویانہ دو متناقص ہوا اور ان خطوں میں سے ہر ایک خط اسطی تقسیم کیا گیا ہو جس طرح یہ خط ہوتا ہے اول سلسلہ متناقص سطح پیدا ہوتا ہے

(اش ۲) میں $1b = 1a + 0b$

اور چونکہ $1b = 0b = 1a \therefore (1a + 0b) \cdot 0b = 0b = 1a$

$\therefore 0b = 1a - 1a = 0b = 0a = (1a - 0b)$

اگر $0a$ میں $0a$ برابر $0b$ کے قطع کریں تو

$0a = 1a - (1a - 0a)$ یعنی $0a = 0a = 0a$

یعنی $0a$ فقط برابر تقسیم ہو گیا کہ سطح کل خط $0a$ اور ایک حصہ برابر ہے دوسرے حصہ $0a$ کے مربع کے

اور اسے ہذا القیاس طریق عمل کرنے سے $0a$ ہی تقسیم ہو سکتا ہے اگر خط منقسم کے بڑی حصہ میں سے چھوٹے حصہ کے برابر قطع کریں تو بڑا حصہ کل خط کی طے تقسیم ہو جائیگا اور بڑے حصہ عمل کرنے سے ایک سلسلہ متناقص پیدا ہو جائیگا

دوم سلسلہ مندرجہ سطح پیدا ہوتا ہے

یہ بات شکل سے ہو رہا ہے کہ س ف و ف = س ا

پس اس سے معلوم ہوا کہ س ف فقط اس پر بسبب افزائش حصہ کا ان خط معلوم اس باب کو

اسی طرح تقسیم ہوا ہے جب سطح کہ اب نقطہ ہ پر تقسیم ہوا ہے

پس اس سطح متواز خط اخیر پر خط منقسم کے بڑے حصہ کو زیادہ کر نیے سلسلہ تقادیر متوازن خط

کا پیدا ہوا جائیگا جنہیں سے ہر ایک مثل اب کے تقسیم ہوا ہوگا

اس شکل سے یہ بھی ظاہر ہوتا ہے کہ کل خط اور چھوٹے حصہ کے مربع ملکر برابر ہو چھوٹے مربع کے

حصہ ہوتے ہیں یہ قاعدہ کے ۱۲ مقالہ کی شکل ہے

اثبات جبر یہ شکل ۱۱

اب میں نقطہ ایسا دریافت کر رہا ہے کہ سطح کل خط اب کے حصہ ہ میں برابر ہو

دوسرے حصہ اہ کے مربع کے

فرض کرو کہ خط اب میں ط پیمانہ واحد خطی میں اور اہ کسی حصہ نامعادل میں لایمانہ واحد خطی میں

تو دوسرے حصہ میں ط - لایمانہ واحد خطی ہو گئے

اور : ط (ط - ل) = لایمانہ شرط سوال کے

اور ل + ط = لایمانہ مساوات درجہ دوم کی ہے اسلئے

ل = ط + لایمانہ - ط ان قیمتوں میں سے پہلی قیمت ل سے متعلق ہے

اس طرح سے کہ ل = ط + لایمانہ - ط اب = لایمانہ کے

اور ط - ل = ط - لایمانہ = ط - لایمانہ - ط اب = دو حصہ کے

یہ ظاہر ہے کہ حصہ لایمانہ اور اب اعداد اصغر سے تعبیر ہو گئے

مگر اونکی صحیح قیمت تقریباً اور تخمیناً جہاں تک چاہیں دریافت ہو سکتی ہے حقیقت میں منظور

اویس قدرہ کا جذرا عشریہ میں زیادہ مراتب تک دریافت کریں

اب اس دوسرے نتیجہ کے کہ $لا = لا + ۱$ ط معنی بیان کئے جاتے ہیں
 مساوات ط (ط - لا) = لا میں لا کے وسطے - لا لکھو تو ط (ط + لا) = لا کے ہوگا
 اب اسکا مطلب عبارت میں اسطرح ادا ہوگا کہ سطح خط معلوم اور اس خط کی جو خط معلوم
 اور حصہ محدود سے بنتا ہے برابر حصہ خارج شدہ کے مربع کے
 اور یہ سوال اسطرح ہی بیان ہو سکتا ہے کہ
 دو خط ایسے دریافت کرو جو فرق معلوم رکھتے ہوں اور سطح اون کے فرق اور حصہ برابر ہو
 دوسرے حصہ کے مربع کے

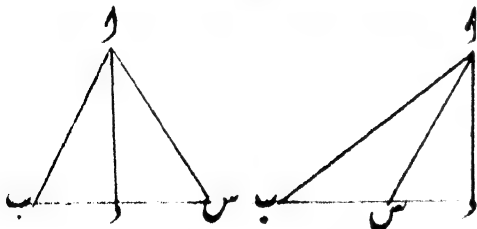
یہاں یہ بیان کرنا بھی ضرور ہے کہ مساوات درجہ دوم علم ہندسہ میں (اس م) سے تعبیر ہوتی ہے
 شکل وارڈ ہم او میں نمود ہر ایک زاویہ حادثہ کہیں چا جا سکتا ہے اقلیدس زاویہ حادثہ
 سے عمود نکالا جائے اور بس خارج شدہ سے نقطہ دہر ملایا ہے دوسری یہ صورت
 شکل کی نہیں لکھی کہ زاویہ حادثہ سے عمود نکلا اور اسے نقطہ می پر ملتا

اثبات جبرہ شکل ۱۲

۱۔ اس میں کو صحیح مان لیا ہے
 فرض کرو بس اور س اور اب میں ط و ص و س پیمانہ واحد خطی ہیں اور ق د
 اور د میں م د ن پیمانہ واحد خطی
 تو ب د میں ط + م پیمانہ واحد ہونگے
 اور سیواسطی س = (ط + م) + ن سبب مثلث اب د کے قائم الزوایا ہونے کے
 اور ص = م + ن مثلث اس د کے ایضاً
 ∴ س - ص = ط + م - م - م - م ایضاً
 = ط + م
 ∴ س = ص + ط + م

یعنی س ۱ نسبت ص ۱ ط ۱ کے بقدر ۲ ط ۲ کے زیادہ ہے
 اگرچہ اقلیدس میں اس شکل سے بہت کام نہیں پڑا مگر علم مثلث میں بہت کام پڑا ہے اور
 ایک مناسبت و مشابہت ۲۷ ش ۱ سے ہے اقلیدس نے ۲۷ ش ۱ ام کا عکس ۲۸ ش ۱
 میں ثابت کیا مگر اس کا عکس فرد گذشت کیا اور سکون ہم ثابت کرتے ہیں کہ اگر مثلث کو
 ایک ضلع پر مربع بنایا گیا بڑا باقی دو ضلعوں کے مربعوں سے ہو تو زاویہ پہلے
 ضلع کے مقابل کا منفرجہ ہوگا

ہو اسطی کہ اگر زاویہ منفرجہ ہوگا تو دو حال سے خالی نہیں کیا تا نامہ ہوگا یا حادہ اگر قائمہ
 ہے تو اس کے سامنے کے ضلع کا مربع برابر ہوگا باقی دو ضلعوں کے مربعوں کے اور یہ ظاہر
 مفروض ہے اور اگر زاویہ حادہ ہے تو اس کے سامنے کے ضلع کا مربع چھوٹا ہوگا
 باقی دو ضلعوں کے مربعوں سے اور یہ بھی خلاف مفروض ہے پس اس سے ثابت ہوا کہ زاویہ منفرجہ ہے
 شکل سیر ۱۱م۔ اقلیدس نے دعویٰ اس طرح لکھا ہے کہ مثلث حادہ الزوایا میں اس طرح اور اس میں فقط
 صورت اول ثابت کی ہے لیکن ہم صاحب اس کو مثلث کرنے کے لئے درست سمجھ کر اس کی
 تین صورتیں بنائی ہیں اوّل صورت نہایت مختصر طور پر اس طرح ثابت
 ہوتی ہے کہ فرض کرو اب اس مثلث پر جس کا ایک زاویہ حادہ ہو اس کے حادہ زاویہ میں سے
 اگر اس عمود بس پر نہیں ہے تو بس پر یا ضرورت ہو تو بس پر مدد پر عمود اور مقابلے



زاویہ ہوگا تو زاویہ کے مقابل کے ضلع
 اس کا مربع س ب اور ب کے مربعوں سے
 بقدر دو چند سطح س ب اور ب کے مربع ہوگا

چونکہ بس نقطہ پر دو حصوں میں تقسیم ہوا ہے تو حکم ۱۲ ش ۱ کے س ب اور ب کے مربع
 ملکر برابر ہیں دو چند سطح س ب اور ب دو مربع س کے
 ان مساویوں میں سے ہر ایک پر دو کو زیادہ کرو

تو س ب اور ب د اور د کے مربعے ملکر برابر ہونے دو چند سطح س ب اور ب د مع د ب
س د اور د کے

لیکن بحکم (۴۴) س ب کے ب د اور د کے مربعے برابر ہیں اب کے مربعے کل اور
د اور د کے مربعے برابر ہیں اس کے مربعے کے

پس اس واسطی مربعے س ب اور ب د کے برابر ہونے دو چند سطح س ب اور ب د
مع مربع اس کے یعنی پنچ

ثبوت جبر یہ شکل ۱۳

فرض کرو کہ س اور س د اور اب میں ط و ص و س پیمانہ واحد خطی ہیں اب د اور
د میں م اور د پیمانہ واحد ہیں

صورت اول میں دس میں ط - م پیمانہ واحد ہیں
اس واسطی $س = ن + م$ بسبب مثلث اب د کے قائم الزاویہ ہونے کو
اور $ص = ن + (ط - م)$ بسبب مثلث دس کے قائم الزاویہ ہونے کے

$$\therefore س - ص = م - (ط - م)$$

$$= م - ط + ط - م$$

$$= - ط + ط$$

$$\therefore ط + س = ص + ط$$

$$یا ص + ط = س + ط$$

یعنی ص بقدر ط م کے ط + س سے کم ہے

صورت دوم دس = م - ط پیمانہ واحد کے

$$\therefore س = م + ن$$

$$اور ص = (م - ط) + ن$$

$$\therefore \text{سن} - \text{ص} = \text{م} - (\text{م} - \text{ط}) = \text{م} - \text{م} + \text{ط} = \text{ط}$$

$$\text{ط} = \text{م} - \text{ط}$$

$$\therefore \text{ط} + \text{سن} = \text{ص} + \text{م}$$

$$\text{یا } \text{ص} + \text{ط} = \text{م} + \text{سن}$$

یعنی ص + بقدر م کے ط + سن سے کم ہے

صورت سوم م برابر ہے ط کے

اور ص + ط = سن ثلث اب سن کے قائم الزاویہ ہونے سے

ان مساویوں میں سے ہر ایک پر ط زیادہ کرو

تو ص + ط = سن + ط یعنی ص اب نسبت سن + ط کے بقدر ط یا ط کے کم ہے

یہہ دو شکلیں اور ہم شکل مثلث قائم الزاویہ اور متقربہ الزاویہ اور حادہ الزاویہ کے

اضلاع کے تعلقات کو بتلاتے ہیں

خلاصہ علامات جبریہ کا جو علم ہندسہ میں مستعمل ہے

اہل یونان قدیم علم ہندسہ میں کسی علامت کا استعمال نہیں تھا اس علم کی مطالب روزمرہ

کی بول چال و شکلوں میں ادا ہو چکے متاخرین جب جبر مقابلیہ میں اعمال کے لیے علامتیں بیان

کے لیے قواعد مختص کر مرتب کئے تو انکو علم ہندسہ میں آسانی و اختصار کے لیے داخل کیا۔ اصول

علم ہندسہ میں علامات جبریہ کا استعمال واپس و صاحب کیا اور وہ انہی قلیدہ سن کے دریاچہ میں

یہہ لکھتے ہیں کہ ان علامتوں کے داخل کرنے سے میری غرض یہ ہے کہ ان لوگوں کی آرزو اور

تمنا پوری ہو جو زبان سے زیادہ علامتوں میں براہین کے بیان کرنے کو پسند کرتے

ہیں تمام ریاضات میں خواہ وہ علم ہندسہ میں ہوں یا کوئی اور علم ہو علامات جبریہ

کام میں آتے ہیں اسلئے ان علامتوں کا مفصل بیان کرنا ضروری و عاودہ الفانی ہے اوس

زبان کی ہے جو علامتوں اور مزین بولی جاتی ہے

کیفیت

علامت سازی کا موجد

= ۱۵۵۷ روبرٹری کورڈ مساوی کی جگہ طول میں برابر بہتہ و خط متوازی ہیں
 ۱۶۳۱ طامس بہت یہ غیر مساوی ہو نیکی نشان بیان ہیں
 ۱۵۴۴ محل شافل مثبت و منفی کی نشانی

۱۶۳۱ اوٹ ریڈ

قوت نامک و اعداد صحیح سے تعبیر کرنا شافل کا ایجاد تھا اور اس کا ٹیس یہ قاعدہ قوت نامیوں کے
 لکھنے کا ایجاد کیا جو بالفعل مروج ہے اور جذر کی علامت کو بھی اسی مہندس نے نکالا ہے
 بیج گنت یعنی جبر مقابلہ میں ہندوں کا یہ طریقہ تھا کہ اعداد میں نسبت بتلانے کے لیے اوپر تلے اعداد
 لکھ دیتے تھے جو اُن کے خط عرضی نہیں لکھتے تھے یہ خط عرضی لکھنا اہل عرب کا ایجاد ہے اور
 پہر اس طریقہ کو اٹلی والوں نے اختیار کیا اور تمام یورپ میں یہی طریقہ مروج ہوا اور جو کہ آئینہ
 نہایت آسانی سے اسلئے تمام مہندسین نے اسی علامت سے استعمال کیا اور اوٹ ریڈ نے اول
 نسبت کے بیان کرنے کے لئے نقطوں کا ایجاد کیا اس طرح : ص : : س : : د کہ مراد یہ ہے
 کہ ط کو ص سے وہ نسبت ہے جو س کو ہے د سے

سوالات مقالہ دوم

- (۱) مقدار جن جن معنی میں علم ہندسہ میں مستعمل ہے وہ بیان کرو اور مقالہ دوم میں جتنی
 قسم کی مقداروں کا بیان ہوا انکو مفصل بیان کرو
- (۲) کس طرح سے ایک متوازی الاضلاع قائم الزوایا پیدا ہوتی ہے مقالہ دوم اقلیدس میں
 جو برابر ہیں بیان ہوئیں اور نہیں کس سے وہ مفہوم ہوتی ہے
- (۳) اقلیدس نے تعریف قائم الزوایا متوازی الاضلاع کی کیوں نہیں لکھی
- (۴) علوم ہندسہ میں دو یا زیادہ خطوط کے مجموعہ سے کیا مراد ہوتی ہے
- (۵) دو خطوں کی سطح لکھنے میں اور قائم الزوایا کو ان دو خطوں کے محدود کٹنے میں کیا فرق ہے

(۶) علم کی تعریف کرو ایک ہی قائم الزوایا میں ایک ہی دفعہ شکل بنانے سے کتنے علم پیدا ہوتے ہیں اور انہیں نسبت بتلاؤ

(۷) اقلیدس کے مقالہ دوم کے آٹھوں اول شکلوں میں کس علوم متعارفہ پر مبنی ہیں

(۸) مربعات تساویہ اور قائم الزوایا متساویہ میں کتنے کا تطبیق ضروری ہے یعنی اسکو جب ایک دوسرے پر چپان کرین تو وہ منطبق ہو جائیں

(۹) ایک خط پر مربع اور ایک خط کا مربع ان میں کچھ فرق ہے اور علم ہندسہ میں ان علامات ا ب اور ا ب ب س کے استعمال پر کیا اعتراض ہوئے ہیں

(۱۰) مربع معلوم میں اس کے کسی حصہ مثلاً النصف وثلث وغیرہ کے برابر علم بن سکتا ہے

(۱۱) جب دو ضلع قائم الزوایا کے اعداد متوافق ہیں تو رقبہ قائم الزوایا کا اون احاد کے حاصل ضرب سے جو اضلاع متصلہ کو تعبیر کرتے ہیں تعبیر ہوگا اور اس مضمون کو اس صورت میں سمجھاؤ کہ اضلاع متصلہ ۳ و ۴ پیمانہ واحد ہوں

اور اجزاء ضربی کے پیمانہ واحد میں اور حاصل ضرب کے پیمانہ واحد میں فرق بتلاؤ کہ کیا ہے ثابت کرو قائم الزوایا کے اضلاع متصلہ میں ط و ص پیمانہ واحد میں اول کا رقبہ ط ص سے اور یہ ہی ثابت کرو کہ اگر اضلاع متصلہ ط و ص پیمانہ واحد ہوں تو رقبہ اوس کا ط ص ہوگا

(۱۲) براہین جبریہ یا حسابیہ باوجود مختصر ہونیکے مقالہ دوم کی شکلوں کی اثبات میں کیوں نہیں استعمال کرتے

(۱۳) کس معنی کر ثلث کر رقبہ کو یہہ کہتے ہیں کہ وہ برابر قاعدہ اور ارتفاع کا نصف حاصل ضرب کے اور یہہ نتیجہ کن دو شکلوں سے مستنبط ہوا ہے

(۱۴) کس طرح ثابت کرو گے کہ رقبہ معین کا برابر ہوتا ہے اپنے قطروں کے نصف حاصل ضرب کے

(۱۵) جب دو ضلع متصل کے متوازی الاضلاع کے معلوم ہوں تو کس طرح اوس کے رقبہ کے

دریافت کرنیکے لئے قاعدہ کا استنباط کر سکتے ہیں

(۱۶) رقبہ سطح منحرف کا جسکے دو ضلعے متوازی ہوں برابر ہوتا ہے سطح ارتفاع اور نصف مجموعہ اضلاع متوازیہ کے اول و دوم مقابلوں کی کن شکلوں کی یہ نتیجہ ثابت ہوتا ہے ۲
اور ان کہیتوں کی پائش میں جنکی مینڈین بالکل بے قاعدہ ہیں اس قاعدہ سے
کیا فائدہ ہے

(۱۷) ذرا بعد الاضلاع کے رقبہ دریافت کر نیکاجو قاعدہ ہے کہ اوپر کے دو مقابل زاویوں
میں وتر ملا جائے اور پیر دو اور مقابل کے زاویوں کے عمود نکال کر ان عمودوں کے مجموعہ کو وتر نکالیں
ضرب دین اور حاصل ضرب کا نصف لین تو بتاؤ وہ کس شکل سے مستنبط ہوا ہے
(۱۸) (۳۳ ش ۲ م) میں ثابت کرو کہ سطح کل خطاب اور کسی ایک حصہ اس باب اس کے
برابر ہے فرق مربعوں بس اور اس کے

(۱۹) اگر ایک خط مستقیم کتنے ہی حصوں میں تقسیم کیا جائے تو کل خط کے مربع اور
حصص کے مربعوں کے مجموعہ میں فرق بقدر مجموعہ سطح ہر ایک دو حصوں کے ہوگا
(۲۰) (۳۴ ش ۲ م) کا ثبوت کہ سطح مختصروں سے کتاہر ۲ ثبوت جبریہ لکھو اور یہ بتلاؤ کہ یہ
ثبوت کن فرضیات پر مبنی ہے

(۲۱) ثابت کرو کہ (۳۵ ش ۲ م) سے (۳۶ ش ۲ م) کا ثبوت بغیر کسی شکل ہندسی پہنچنے
کے استنباط ہو سکتا ہے

(۲۲) اگر دو متماثل باہم ملکر برابر مربعوں کے ہوں تو خط معلوم تصنیف ہوگا ۹

(۲۳) اگر ایک خط ثابت کیا جائے تو برہان ہندسیہ ثابت کرو کہ کل خط کا مربع ٹوگنا تھا
خط کے مربع سے ہوگا

(۲۴) (۳۷ ش ۲ م) میں اگر خطاب کسی تین حصوں میں تقسیم ہو تو دعویٰ اور ثبوت دونوں کو
مثیل شکل چہارم کے بیان کرو

(۲۵) ایک مربع معلوم میں دو علم سطح بناؤ کہ مربع اندرونی نصف مربع معلوم کا ہو

(۲۶) (۴ ش ۲) سے (۴ ش ۱) کو ثابت کرو

(۲۷) اگر ایک خط مستقیم دو حصوں میں تقسیم کیا جائے تو بتاؤ سطح ان دونوں حصوں کی کب

نہایت سے نہایت زیادہ ہو سکے مربعوں کا مجموعہ کب نہایت سے نہایت کم ہوگا

(۲۸) اگر ایک خط دو مساوی اور دو غیر مساوی حصوں میں تقسیم کیا جائے تو ثابت کرو کہ چھ

کہ مابین نقاط تقسیم کے واقع ہے برابر ہے نصف فرق حصص غیر مساوی کے

(۲۹) اگر دو غیر مساوی خطوں کے نصف مجموعہ برابر اولک نصف فرق زیادہ کریں تو مجموعہ برابر

بڑے خط کے ہوگا اور اگر اولک نصف مجموعہ میں نصف فرق کم کریں تو باقی خط برابر ہوگا

خط کے ہوگا

(۳۰) خط مستقیم کے داخلی اور خارجی حصوں کی مقدار ہے اور ثابت کرو کہ مجموعہ حصص خارجی کا

یا فرق حصص داخلی کا دو چند اس خط سے ہوتا ہے جو درمیان نقاط نصف اور

تقسیم کے واقع ہے

(۳۱) بتلاؤ کس طرح (۵ ش ۲) سے (۶ ش ۲) مستنبط ہوتی ہے

(۳۲) برہان بندہ یہ ثابت کرو کہ دو خطوں کے مجموعہ فرق پر جو مربع بنائے جائیں

اولک مجموعہ دو چند ہوتا ہے اور خود خطوں کے مربعوں کے

(۳۳) ایک قائم الزوایہ دو خطوط مستقیم سے چار قائم الزوایوں میں تقسیم ہوئی ہے اور ان کے

جن دو کے ضلع مشترک نہیں ہیں اولک رقبہ معلوم ہے تو باقی دو کا رقبہ دریافت کرو

(۳۴) دو خطوں کا فرق کتنی طرح سے بیان کیا گیا ہے اور اس مقام کے گن خطوں میں وہ مذکور ہے

(۳۵) (۱۱ ش ۲) میں جسطرح خط اب تقسیم ہوا ہے اوسی طرح تقسیم کئے گئے خطوں کا

ایک سلسلہ دریافت کرو

(۳۶) خط معلوم ط کو جو برابر مقابلہ میں ایسے دو حصوں میں تقسیم کرو کہ سطح کل خط کی ایک حصہ میں

برابر ہو دوسرے حصہ کے مربع کے۔ ایک حل کو تو مطابق اس شکل سے کرو جو اصل قلیس میں ہے اور دوسرے حل کو بتلاؤ کہ وہ کس شکل کو تعبیر کرتا ہے

(۳۷) (۱۱ش ۲م) کی طرح ایک خط دو حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے اور اوٹنیں سے چھوٹا حصہ معلوم ہے تو بڑا حصہ دریافت کرو

(۳۸) بتلاؤ یہ صورتیں کن مسائل حسابیہ کو تعبیر کرتی ہیں

$$(ط+ص) = ط + ۲طص + ص اور ط - ص = (ط - ص)(ط + ص) اور$$

(ط-ص) = ط^۱ - ۲ ط ص + ص اور اسکے مطابق جو اقلیدس کی شکل میں ہوں ان کو ہی ساکن

(۳۹) ان سو حصر $b = \bar{a} + (a - \bar{a})(\bar{a} + b)$ و $\bar{b} = (\bar{a} - b) + \bar{a}$ $\bar{a} + \bar{b} = \bar{a}$ سے

ثابت کرو کہ اول صوبہ جریہ سی (د و ۶ ش ۲ م) تعبیر موتی بین اور دوسری صورت شکل حرہ (۹ و ۱۰ ش ۱ م)

(۴۰) ۱۲ اشعارم کو ثابت کر چوبہا عبود ہی نقطہ ب سے نکالا گیا اس خارج شدہ سے لفظ

می پر مانتا ہے اور یہی ہی ثابت کرو کہ سطح ب پس اور س د کو برابر ہے سطح اس اور س ہی کے

(۴۱) (۳۲ ش ۴ م) کی درصو نون کو ایک سرمان سے ثابت کرو

(۴۲) (۱۳ اش ۲۲) کی دوسری صورتیں: ہاگ نمود، راز و مفہود سے ضلع اب نکلا گیا

نمائندت کرو کہ اس کام کو براہِ سطح آت و آتی مع سطح سو اور سو روکے

(۳۳) ایشتر مکرکامی، سرائی کے اوپر اسکا حرم تھا اور اس میں شہر کے

[illegible]

۱۰۱) ایک سنگی کھوکھلی ۲۰۰ گرام کی ہے۔

اور م وہے اور م وہے جیسے ہیں

(۴۵) ایہ ملت اردو صلیعے ۴ و ۵ اچھے تر
گت

اور الہیہ الصلیحہ ۱۶۶ میں ہو تو مسیح الراویہ

(۴۶) ایک مثلث (ضلعے ۸۰ و ۹۰ پیمانہ واحد میں ۲۰

(۴۷) اگر (۴۲) اش ۲ م میں اصل شکل مثلث قائم الزاویہ ہو جس کے ضلع ۸ و ۹ و ۱۰ تعبیر ہو تو بتا جس مربع کا رقبہ اس مثلث کو قبل برابر ہو گا اور اس کا ضلع کیا ہو گا اور یہ بھی ثابت کرو کہ اضلاع مربع کا مجموعہ چھوٹا مثلث کو مجموعہ اضلاع سے ہو گا

(۴۸) ایک قائم الزاویہ کو متصل کے ضلعوں کا طول ۸ و ۲ فیٹ ہو تو بتا اس کے برابر مربع کا ضلع کیا ہو گا

(۴۹) سطح مستقیمہ الاضلاع مربعوں میں تقسیم ہو سکتے ہیں اور وہ سب مراتب بتلاؤ جنہیں اقلیدس نے اس بات کو ثابت کیا ہے

(۵۰) ایک کثیر الاضلاع کے برابر مربع بنانے کی ترکیب بتاؤ گو ثبوت نہ ہو

(۵۱) اگر (۴۲) اش ۲ م سے ثابت کرو کہ اس مقدار جبریہ نزولی ۱۸ سے ایک خط تعبیر ہو سکتا ہے اگر یہ بیانہ واحد خط ہو

(۵۲) ایک قائم الزاویہ معلوم کو کس طرح قطع کریں کہ وہ ایک مثل معلوم کے قائم الزاویا بن جائے

(۵۳) اگر (۴۲) اش ۲ م میں اضلاع قائم الزاویا کے اعداد معلوم ہوں تو کیا شرط ہونی چاہئے کہ ضلع مربع کا عدد منطوق سے تعبیر ہو

(۵۴) ثابت کرو کہ ہر متوازی الاضلاع کا رقبہ برابر ہو تا ہے سطح قطر متوازی الاضلاع اور اس عمود کے جو کسی زاویہ سے اوپر نکالا جائے

(۵۵) اول اور دوم مقالہ میں جو خواص مثلث کی ثابت ہوں ان کو بیان کرو

(۵۶) کیا کوئی ترکیب فائدہ مند ہے جسے بعض شکلین اقلیدس کی اپنے ماقبل کی شکلوں کے نتیجہ صریح بن سکتی ہیں ؟ اگر ہیں تو ان کو مع دلائل بیان کرو فقط

تمت تمام شد

غلط نامہ
مقالہ دوم

صحیح

غلط

سطر

صفو

۸ ۲ کی تہیف کئے گئے تہیف کئے گئے کے

شرح مقالہ سوم

مقالہ اول و دوم میں جو جو خواص اشکال ثابت ہو چکے ہیں ان کی استقامت سے مقالہ سوم میں دائرہ خواص ثابت کئے ہیں دائرہ سے کبھی مراد وہ سطح ہوتی ہے جو محیط گہرتی ہے کبھی نقطہ محیط ہی مراد ہوتی ہے اقلیدس محیط کا اطلاق کبھی کل ہر اور کبھی و سکو خیر پر کیا ہے اسے شہتباہ پیدا ہوتا ہے اور دور کرنے کے لئے محیط کی جز کا نام قوس کہا ہے اور جہاں جہاں قوس کا ذکر ہو وہاں محیط کا حصہ ہو دائرہ معلوم المقام سے مراد وہ دائرہ ہے جس کے مرکز کا مقام معلوم ہو اور دائرہ معلوم المقدار سے وہ دائرہ مراد ہے جس کا نصف قطر معلوم ہو

حد ۱۔ اس حد میں یہ اور پانچے کی محیط اور ان کے برابر ہون اور یہ علیہ ان سے زیادہ ہونا چاہئے کہ اگر دو دائرے برابر ہوں تو ان کے قطر یا نصف قطر برابر ہوں اور ان کے محیط ہی متساوی ہوں جس میں جب نے اس حد کے اشکال ثبوتی بتلایا ہے اور اقلیدس نے و سکو بدیہی سمجھا کہ علوم متعارف بنایا ہے اور سند لایا دائروں کے مساوات کا اوپر قائم کیا ہے

حد ۲۔ ہمیں یہ بات ضمنت الیٰ کہ اگر ایک خط مستقیم دائرہ سے ملے مگر مس نہ کر تو وہ خارج ہونی ہے دائرہ کو قطع کرتا ہے جو خط دائرہ کو مس کرتا ہے اسی تانے میں اور جو قطع کرتا ہے اس کو خط قاطع

حد ۳۔ دائروں کے محیط جو مختلف طرف مس کرتے ہیں تو ان کو کہتے ہیں کہ وہ اندر کی طرف مس کرتے ہیں اور جب محیط ان کی مختلف طرف مس کرتے ہیں تو ان کو کہتے ہیں کہ باہر کی طرف مس کرتے ہیں دو دائرے متماثل اندرونی میں محیطوں میں ایک یا کئی نقطہ مشترک ہوتے ہیں اور باقی سارے نقطے ایک دائرہ کے دو سرے دائرہ کے اندر واقع ہوتے ہیں اور دو دائرے متماثل بیرونی میں ایک یا کئی نقطے محیط میں مشترک ہوں اور باقی سب نقطے ایک دائرہ کے دو سرے دائرہ سے باہر واقع ہوں میں دو دائروں کو متماثل اندرونی کہنا بالکل ٹھیک نہیں ہے

حد ۴۔ بعد خط مستقیم کا مرکز سے وہی معنی رکھتا ہے جو ایک نقطہ کا بعد خط مستقیم شرح اشکال میں کہہ دو

حد ۵ قطعہ دائرہ سے وہ ٹکڑا دائرہ کا مراد ہے جو ایک خط مستقیم سے قطع ہوتا ہے
حد ۶ و ۱۰ محیط کے حصہ کہ قوس کہتے ہیں اور جو خط مستقیم قوس اطراف میں ملایا جائے اور
 وتر قوس کے میں ہر وتر سوار قوس کے دائرہ کو دو ایسے قطعوں میں تقسیم کرتا ہے کہ ایک نصف دائرہ
 بڑا اور دوسرا نصف دائرہ چھوٹا ہوتا ہے اور سطح اگر کم کرے وہ نصف قطر کہتے ہیں اور
 دو غیر مساوی قطع میں تقسیم ہوگا اور یہ قطع اور شعور میں مساوی ہو کہ یہ نصف قطر مرکز پر
 ایک خط مستقیم ہوں چونکہ اقلیدس نے دایا مندرجہ کا ذکر نہیں کرتا اسلئے قطع دائرہ میں
 دائرہ سے کم کا قضا ذکر آتا ہے۔ ربعہ دائرہ وہ قطع ہے جو درمیان نصف قطرون جو عمود
 ایک دوسرے پر ہوں واقع ہو وہ چوتھائی حصہ دائرہ کا ہوتا ہے

حد ۷ اس حد و کا کام اقلیدس میں نہیں آیا
حد ۸ صرف قطعات متشابہ کا ذکر ۲۲ و ۲۳ شکلوں میں آیا ہے اور اس میں صرف اوجسوات کا ذکر
شکل یہ ہم محاورہ کہ خط دائرہ کو اندر کیلئے گئی ہیں اس معنی میں آتا ہے کہ ان خطوط کے اطراف محیط پر
 واقع ہیں۔ اگر فرض سی میں ح واقع ہو اور نقطہ پر منطبق ہو تو اس میں جو ثبوت لکھا ہے
 وہ کافی نہیں ہوتا مگر یہ ظاہر ہے کہ اس شعور میں ہی ح مرکز نہیں ہو سکتا اسلئے کہ جس برابر
 ح کے نہیں ہے۔ سب زیادہ عمدہ ترکیب مرکز پر کی ہے کہ دو وتر چھوڑا دیا کو
 نصف کر کے نقاط تصفیہ عمود نکالو جہاں وہ قطع کریں وہی مرکز ہوگا جیسا کہ میں لکھا
 - دلیل خلف کا کام یہ نسبت مقالہ اول کے مقالہ سوم میں زیادہ تر پڑا ہے اول مقالہ کی تائید
 شکلوں میں صرف نو شکلیں دلیل خلف سے ثابت ہوئی ہیں اور تیس مقالہ کی سیستیس شکلوں میں
 پندرہ شکلیں ثابت ہوئی ہیں۔ ثبوت عینی بہ نسبت ثبوت خلف کے زیادہ متبادلوں کو سمجھنا مفہوم ہوتا ہے
 لیکن اثبات دونوں صورتوں میں کیساں تکم و مدلل ہوتا ہے اسلئے کہ ثبوت خلف میں ہر صورت جو
 خلاف دعویٰ کے ہے باطل ثابت ہوتی ہے۔ اقلیدس میں تین طرح سے عکس شکلوں کا ثبوت
 اول دلیل خلف جیسے کہ ۶ ش ۴ و ۱۳ ش ۲

دوم ہمارے مطالب کے خلاف جو دو سو تین ممکن ہوتی ہیں ان کو فرض کے ثابت دیتا ہے کہ ہر ایک باطل ہے اسلئے دعویٰ ثابت جیسے ۱۸ و ۲۵ ش م میں سوم شکل کو اس ترکیب سے بنانا ہے کہ ثبوت بہ خلف کی کچھ ضرورت نہیں پڑتی جیسے کہ ۲۸ ش م و ۳۷ ش م

شکل ۳ اس شکل میں فی حقیقت یہ ثابت کیا ہے کہ محیط دائرہ خط مستقیم سے بالکل مختلف ہے اور اس بات کو اس طرح ثابت کیا ہے کہ قوس میں کوئی ہی نقطہ فرض کے جاوے اور انہیں خط مستقیم لایا جائے تو وہ دائرہ کا مذکور واقع ہوگا اور نہ محیط پر منطبق ہوگا اور نہ دائرہ ہی سوا اور ان نقاط مفروض کے کسی اور پر پڑے گا اور اسلئے یہ بھی ثابت ہوتا ہے کہ محیط دائرہ اس قابل نہیں ہے کہ کسی صورت میں اس کو ٹوٹ کر خط مستقیم دائرہ سے بلکہ بنالین

اگر خط کچھ دائرہ کے اندر کچھ باہر واقع ہو تو محیط خط کو اس کی طرف سے درمیان میں کسی نقطہ پر قطع کر لیا اور یہ ثابت ہو چکا ہے کہ کسی حصہ کا دائرہ سے باہر واقع ہونا ناممکن ہے اور جو حصہ اندر واقع ہے وہ موافق دعویٰ شکل کے ہے۔ اور اگر خط محیط پر واقع ہو اور اوپر منطبق ہو تو اسے یہ لازم آئے گا کہ خط مستقیم نامعنیٰ منطبق ہوگا۔ اس شکل کا یہ نتیجہ ہو سکتا ہے کہ خط مستقیم دائرہ کو سوا اور نہ نقطہ نہیں تقاطع کر سکتا۔ اس معلوم متعارفہ کو مانتے ہیں کہ اگر ایک نقطہ مرکز سے قریب پسند محیط کے متعین کیا جائے تو وہ دائرہ کے اندر واقع ہوگا تو اس شکل کا ثبوت عینی اس طرح ہو سکتا ہے کہ اب میں کوئی نقطہ ہی کا فرض کرو اور دلا اور دبی اور دب ملاؤ

(شکل ۲ ش ۳ م) کو دیکھو چونکہ مثلث داب میں دلا برابر ہے دب کے تو حکم (۵ ش ام) کے زاویہ داب برابر ہے زاویہ دب کے۔ اور چونکہ مثلث دلائی کا ضلع دلائی نقطہ تک خارج کیا گیا ہے اس واسطے حکم (۱۶ ش ام) کے زاویہ خارجہ دبی ب مقابل کے زاویہ داخلہ دلائی سے بڑا ہے لیکن زاویہ دلائی ب برابر ہے زاویہ دب ہی کے اس واسطے زاویہ دبی ب بڑا ہے زاویہ دب ہی ہی اور حکم (۱۶ ش ام) کے ہر مثلث میں بڑے زاویہ کو سامنے کا بڑا ضلع ہوتا ہے اسلئے ضلع دب بڑا ہے بہ نسبت ضلع

آئی کے ہے لیکن دب مرکز سے جیسا تک پہنچا گیا ہے ہوا سطحی دی محیط سے نہیں ملتا
ہوا سطحی نقطہ ہی دائرہ کے اندر واقع ہے اور نقطہ ہی خط تقسیم اب میں ہے اسلئے اب
دائرہ کے اندر ہے

شکل ۴ - دائرہ کے اندر دو ترجیب کردہ دائرہ کے اندر گذرین تو ایک دوسرے کو تضییف کر سکتے
ہیں جبہ مرکز پر گذرینگے تو قطر بن جائینگے تر نہیں رہینگے

شکل ۵ و ۶ - ان دونوں شکلوں کے دعویٰ سطح ایک عومی میں آسکتے ہیں کہ دائرہ سے جو ایک نقطہ پر
ملتے ہیں اولیٰ مرکز ایک نہیں ہو سکتا ہوا سطحی کجیہ دائرہ نکال کر ایک ہو اور ایک نقطہ مشترک
اونکے محیطوں میں ہو تو وہ منطبق بالکل ایک دوسرے پر ہو جائیں گے۔ اقلیدس کے
تین دعویٰ اس ایک دعویٰ کے بنائے ہیں اولیٰ دائرہ تقاطع دوم دائرہ متماسہ اندر
سوم دائرہ متماسہ بیرونی صورت سوم بدیہی تھی اسلئے اوسکو فرو گذشت کیا

شکل ۸ - ان دونوں شکلوں سے ایک ہی خاصیت ثابت ہوتی ہے ایک شکل میں
خطین نقطہ متعین کیا گیا دوسری شکل کے اندر قطر مدودہ میں یہ ایک مثال قطر کی
تقسیم داخلی اور خارجی کی ہے

اس شکل میں یہ نتیجہ مستنبط ہوتا ہے کہ اگر دو وتر تقاطع نقطہ تقاطع پر قطر کے ساتھ برابر ہوں
بنائیں تو وہ السیمین برابر ہونگے یہ ظاہر ہے اگرچہ دائرہ ف خارج ہو اگر محیط سے تقاطع
اور ان پر لمین تو م برابر ہے ان ف کے اوج م برابر ہے ان کے۔ اور یہ ہی نتیجہ نکلتا
کہ اگر دو تر ایک نقطہ سے دائرہ کے اندر پہنچ جائیں اور نقطہ تقاطع سے قطر کہنچا جائے تو جتنا
راویہ جو اس قطر کے ساتھ وتر بنائے گا قریب قائمہ کے ہوتا جائیگا اوتنے ہی چھوٹے چھوٹے
غیر مساوی وتر تقاطع ہونگے۔ ۸ شکل میں قوس محبہ اور محبہ کا ذکر آیا ہے

مگر محبہ اور محبہ کی تعریف حدود میں نہیں کی گئی اسلئے یہاں لکھنی مناسب کہ قوس
محبہ و محبہ لمجا ط ایک نقطہ کے ہوتے ہیں اگر اوس نقطہ سے خط کہنچے گئے باہر

توس سے رہتے ہیں تو وہ محب کہلاتی ہے اور اگر توس اندر وہ خطوط جاتے ہیں تو وہ مجوف کہلاتی ہے اگر ایک نقطہ معلوم سے دو ماسن اُسے کے پہنچے جائیں تو وہ نقاط تماس کے محیط دائرہ کو محب اور مجوف توسوں میں بلحاظ نقطہ معلوم کے تقسیم کریں گے محیط مجوف اور محب ہونیکا ذکر اول اول ہی شکل میں آیا ہے

اگر دو وتر دائرہ کے خارج ہو کر کسی نقطہ پر تقاطع کریں اور برابر زاوے اوس قطر کے ساتھ بناویں جو نقطہ تقاطع سے کہیجا جائے تو دو وتر آپس میں برابر ہونگے

فرض کرو کہ بدواج ہو کر محیط سے قطع پر ملتا ہو تو وتر بے برابر کی کے ثابت ہو سکتا ہے یہ دعویٰ ہی ایسا ہی ہے جیسا کہ ساتویں آٹھویں شکل ہے کہ اگر کوئی نقطہ محیط دائرہ میں تعین کر کے خطوط مستقیم کھینچ جائیں تو اودن سب میں وہ خط مستقیم بڑا ہوگا جو مرکز پر سے گزرے گا اور باقی خطوط میں جو قریب اس خط کے ہوگا وہ بقید بڑا ہوگا اور اس نقطہ سے محیط تک مسافت وہی خطوط مستقیم کل سکتے ہیں جو آپس میں برابر ہوں اور اودن میں سے ہر ایک بڑے خط ایک ایک جانب میں ہوگا۔ اول دو جاس دعویٰ کے تو (۵ اش ۳ م) میں ثابت ہونے میں اور یہ جریسا توین شکل کی طرح ثابت ہو سکتا ہے اور اوس کے ثبوت کی ضرورت کی کیفیت ۱۰ اش ۳ م کے حاشیہ میں دیکھو

شکل ۹ زاویہ دس کے اندر نقطہ می واقع ہو تو دس بڑا دب سے اور دب بڑا دس سے نہیں ثابت ہوگا لیکن یہ ثابت ہوگا کہ دس یا دب چھوٹا دب سے ہے اور انہی بات فقط اثبات دعویٰ کے لئے کافی ہے

اقلیدس نے سطح ہی اس شکل کو ثابت کیا ہے جسکو مسن نے نہیں لکھا کہ دب اور دب سے کے نقاط وسط م و ن اور نقطہ د میں خطوط مستقیم وصل کر دو تو حکم (۱ اش ۳ م) کے مرکز دائرہ کا دم اور دن میں ہوگا اسلئے ضرور وہی مرکز ہوگا اسلئے کہ دو خطوط مستقیم میں ایک نقطہ سے زیادہ کوئی نقطہ مشترک نہیں ہو سکتا

یہ شکل نتیجہء شش کی معلوم ہوتا ہے

شکل ۱۱۔ اس شکل کو اقلیدس نے دو طرح ثابت کیا تھا مگر میں نے صرف ایک ہی طرح لکھا ہے اقلیدس کا دوسرا ثبوت ایسا ہی جیسا کہ نوین شکل کا دوسرا ثبوت تھا اور یہی ثابت کیا ہے کہ مرکز ہر دائرہ کا اون خطوط مستقیم میں ہے کہ نقطہ ک اور نقاط وسط ب ج اور ہ ہ میں ملائے جائیں اس واسطے ہی مرکز دو دائروں کا ہے۔ میں نے جو ثبوت لکھا ہے وہ ناقص ہے اس کے تکمیل سطح ہونی چاہئے کہ نقطہ ک باہر دائرہ دی ف سے یا اس کے محیط میں یا اس کے اندر واقع ہو سکتا ہے ان تینوں صورتوں میں سے نقطہ آخر کی صورت اقلیدس نے لکھی ہے اگر نقطہ ک باہر دائرہ دی ف سے واقع ہو تو اٹھویں شکل سے میرا مقالہ کر خلاف نتیجہ نکلیگا اور اگر نقطہ ک محیط دائرہ دی ف میں فرض کیا جائے تو نتیجہ خلاف اوس دعویٰ نکلیگا جو ہم ساتویں آٹھویں شکل میں ثابت کیا ہے دونوں صورتوں سے باطل نتیجہ نکلیگا اس لئے دعویٰ ثابت ہوگا اس شکل میں صرف یہ ثابت ہوا کہ دو دائروں کے محیط میں دو نقطوں سے زیادہ نقطے مشترک نہیں ہو سکتے اور ثبوت میں ذکر اس بات کا نہیں آیا کہ دائرے تقاطع ہی کرتے ہوں مگر دعویٰ دو دائرے تقاطع سے ہی متعلق ہے اس لئے کہ ۱۲ اش ۳ میں ثابت کیا ہے کہ دو دائرے متما میں ایک نقطہ سے زیادہ نقطے مشترک نہیں ہو سکتے

شکل ۱۲۔ ان دو شکلوں میں نقطہ تماس کی ذکر آیا ہے اگرچہ ثبوت اس کا کہ نقطہ تماس ایک ہی ہوتا ہے تیسرے میں شکل میں ہوا مگر اس شکل کا ثبوت اوس صورت میں ہی قائم رہیگا اگر دائرہ منطبق ہوں اور علیٰ ہذا القیاس بارہویں شکل کا ثبوت ہی قائم رہیگا اگر ش اور د منطبق ہوں ان دونوں شکلوں کے دعویٰ اس ایک دعویٰ میں آسکتے ہیں کہ اگر دو دائرے مس کریں تو ممکن نہیں کہ کوئی نقطہ مشترک اون کے محیطوں میں اوس خط مستقیم کی سمت سے جو اون کے مرکزوں میں ملایا ہے متجاوز ہو

گیارہویں شکل تو شش سے اس طرح آسانی ثابت ہوتی ہے کہ اوس دائرہ کے اندر

جسکامرکز ف جرحہ نہایت چھوٹا خطا و ان خطوط میں سے ہے کہ نقطہ ج سے پہنچے
ہو اسطرح جہ چھوٹا ج آ سے ہے یعنی کم ج د سے اور یہ باطل اور علیٰ ہذا القیاس
باہر ہونے شکل انہوں شکل سے مستنبط ہوتی ہے

اگر یہ دونوں شکل میں اٹھارہ ہونے شکل کے بعد ثابت ہو تین تو ثبوت یعنی اوکھا ہوا فرض کرو کہ
خط مستقیم و نو د اٹھارہ کو نقطہ آ پر رس کرتا ہو ف اور ج دائروں کے مرکز ہوں ملاؤں آ
اور ث از نو ہر ایک خط ان میں سے اس خط پر عمود ہو گا جو د اٹھارہ کو نقطہ آ پر رس کرتا ہے
پس اگر دائرے باہر ایک قوس سے بین تو یکجہ (۱۲ شس ام) کے ف آج ایک خط مستقیم
اگر ایک دائرہ دو سر دائرہ کے اندر ہے تو آف کچھ منطبق آج پر ہو گا

شکل ۱۳۔ دو دائرہ تاسہ اندر دنی کی صورت کو افلیدش اس طرح ثابت کیا کہ فرض کرو
دائرہ بی ب دائرہ اب اس کو اندر کی طرف ایک نقطہ سے زیادہ نقطہ ن پر مکتنا ہی یعنی نقاط
ب اور دہرے شکل ۱۳ مقالہ سوم کو دیکھا ہو فرض کرو کہ مرکز دائرہ اب اس کا اور ق مرکز دائرہ
بی ب کا ہے ملاؤں ق قوع ق ناچ ہو نیسے ضرور نقطہ تاس ب اور د پر گزریگا

پس جو کچھ مرکز دائرہ اب اس کا ہے قوع ب برابر سے ج کے لیکن ع ب براق د سے ہے
تو ق بی ب برابر کے ق د سے برابر ہو گا اور چونکہ نقطہ ق مرکز دائرہ بی ب کا ہے اور ق ب
برابر سے ق د کے اور چونکہ ق مرکز دائرہ اس ب ب کا ہے تو ق بی ب برابر ق د کے لیکن ق ب ب
براق د سے ہے یہ ناممکن ہے ہوا سطلے ایک دائرہ دو سر دائرہ کو انہ

شکل ۱۶۔ اگر اس معلوم متعارفہ کو مان لیں کہ اگر ایک نقطہ مرکز سے پر بہ نسبت محیط مستقیم
تو وہ دائرہ کے باہر واقع ہو گا تو شکل گاہی ثبوت ہو جائیگا۔ اگر ایک دائرہ دو سر دائرہ کو اندر کی طرف
یا باہر کی طرف مکتنا ہے تو نقطہ تاس پر دو نو د اٹھارہ کا ایک ہی ماس ہو گا

شکل ۱۷۔ نقطہ معلوم جب دائرہ معلوم سے باہر واقع ہو تو ظاہر ہے کہ اس نقطہ سے دو مساوی
ماس دائرہ کے نکل سکتے ہیں ف د کو خارج کرو کہ دائرہ اک ف کے

محیط سے نقطہ ک پر ملے ادری ک محیط دائرہ دب س سے نقطہ ہ پر ملے اور ملاؤ دائرہ

تو دائرہ ماس دائرہ کا نقطہ ا سے پہنچا گیا برابر اب کے ہوگا

اب نقطہ ب پر ختم نہیں ہوتا بلکہ اوس کو قبلاً لے جانا ہو کر لو

دائرہ معلوم کا ماس کسی بیرونی نقطہ معلوم سے اس ترکیب سے خوب پہنچا ہے کہ نقطہ معلوم اور

مرکز دائرہ معلوم میں خط وصل کر کے اوس پر نصف دائرہ دائرہ معلوم کو کاٹتا ہوا بناؤ و خط نقطہ معلوم

اور نقطہ تقاطع میں ملایا گیا ماس دائرہ ہوگا

متحدہ مرکز یا ہم مرکز دون دائروں کے کہتے ہیں جبکہ مرکز ایک ہی ہو

محیط کسی نقطہ سے ماس دائرہ کا بغیر مرکز دریافت کرنے کے سطح معلوم ہوتا ہے کہ نقطہ معلوم

دب اور ب س برابر تو سین

محیط کے فرض کرو اور ملاؤ دس اور

ا کو مرکز اور دب کو نصف قطر مقرر کر کے

دائرہ ف ب د کھینچو جو دس کو نقطہ ف پر

قطع کرے اور ف کے برابر ب قطع کرو اور ملاؤ دتوہ د ماس دائرہ ہوگا ثبوت میں

۲۲ ش ۲ م کی ضرورت پڑتی ہے

شکل ۱-۴ اس شکل کا عکس اس واسطے کہ محیط دائرہ کے کسی نقطہ پر ماس د خط مستقیم

سویا کرے کہ اوس قطر پر کہ اس نقطہ تک پہنچا جائے زاویہ قائمہ بتاتا ہو

شکل ۲۰ - اگر محیط دائرہ میں دو نقطے آ اور ب متعین کئے جائیں

اور ان سے دو خطوط مرکز س تک کھینچے جائیں اور دو اور خط محیط کے

کسی نقطہ د تک تو دو زاوے پیدا ہوں گے ایک زاویہ اس ب

جس کو زاویہ مرکزی ب کہتے ہیں اور دوسرا زاویہ دب ہے

جس کو زاویہ محیطی کہتے ہیں

اس شکل کو اقلیدس نے فقط اوس صورت میں ثابت کیا ہے جس میں زاویہ محیطی قائم ہو جائے اور ثبوت پر کچھ اعتراض نہیں ہے اور جب زاویہ محیطی قائم ہو تو زاویہ مرکزی نابود ہو جاتا اسلئے کہ دو خطوط مستقیم جو مرکز سے قوس کی طرفوں میں لائے جائیں مگر ایک خط مستقیم بناتے ہیں اور اگر زاویہ محیطی منفرج ہو تو مرکز سے خطوط مستقیم کھینچے گئے اوس قوس پر نہیں قائم ہوتے بلکہ اوس قوس پر واقع ہوتے ہیں جو تمام خط محیط کی ہے

اگر زاویہ کے کسبھی محدود دین جو اقلیدس نے بیان کی ہیں تو یہ شکل علم ہندسہ میں فقط اوس صورت خاص میں صحیح ہے جو زاویہ مرکزی دو قائمون سے بڑا نہ ہو لیکن اگر زاویہ کا تہہ چار قائمون کا ہی ایک زاویہ خیال کیا جائے تو یہ شکل صورت عام پیدا کر گئی اور مرکز اور زاویہ میں ایک خط ملا کر خارج کرنے سے موافق پہلی صورت کو ثابت ہو جائیگی

صورت اول میں یہ مان لیا ہے کہ اگر چار تقارین ہوں اور اول مقدار دوسری مقدار سے اور تیسری مقدار چوتھی مقدار سے دو چند ہو تو اول و سوم کا مجموعہ دوسری اور چوتھی مقداروں کے مجموعہ سے دو چند ہو گا اور دوسری صورت میں یہ مان لیا کہ اگر ایک مقدار دوسری مقدار سے دو چند ہو اور پہلی مقدار کا ایک جز دوسری مقدار کے ایک جز سے دو چند ہو تو باقی جز پہلی مقدار کا دوسری مقدار کے باقی جز سے دو چند ہو گا

صورت اول ایک خاص صورت ہے (اش ۵ م) کی اور دوسری ایک خاص صورت (اش ۵ م) کی

اگر اقلیدس میں زاویہ کی تخصیص قائمون سے کم ہو نیکی چھوڑ دین تو بعض شکلین اقلیدس کی مختصر ہو جائیں گی ۲۱ ش ۲۲ کی دو صورتیں بنائیں ضرورت نہیں رہی اور ۲۲ ش ۲۳ اس سبب کہ زاویوں کا مجموعہ مرکز پر برابر چار قائمون کو ہوتا ہے آسانی سے ثابت ہو اور ۲۰ ش ۲۱ سے ۲۲ ش ۲۳ آسانی سے ثابت ہو جائے گی

شکل ۲۱-۲ اس ثابت کہ مثلث جو ایک قاعدہ پر واقع ہوں اور اونکے زاوئے اس

برابر ہوں تو مقام النقطہ راسون کا ایک اترہ ہوگا ثبوت اسکا دہش ۴۴ م پر موقوف ہے
اسلئے کہ جب کسی مثلث پر دائرہ محکم (دہش ۴۴ م) کے کھینچنے کو کوئی راس مثلث کا اس اترہ
سے باہر نہیں واقع ہوگا

شکل ۳۴ عکس میں شکل کا کہ اگر دو اترتہ الاضلاع دو دوزخے مقابل کے ملکر برابر دو قائمون ہوں
تو ایک دائرہ اس دو اترتہ الاضلاع پر بن سکتا ہے۔ ثبوت اسکا دہش ۴۴ م پر موقوف ہے
اسواسطی کہ محکم (دہش ۴۴ م) مثلث (ب س) پر دائرہ کھینچیں اور کوئی نقطہ محیط قطعہ میں
کہ اس سے قطع ہوتا ہے اس سمت میں کہ وہی مقرر کریں تو محکم (۴۴ ش ۴۴ م)
کے زاوئے ب اور جی ملکر برابر دو قائمون کے ہونگی اور بموجب فرض کے زاوئے
ب اور د برابر دو قائمون کے ہیں اسواسطی زاویہ س برابر ہے زاویہ د کے
اسواسطی موافق حاشیہ (۴۴ ش ۴۴ م) کو د اسی قطعہ کے محیط میں ہے جس میں اس ہے

یہ بھی ظاہر ہے کہ کسی دائرہ کے اندر جو چار ضلع کے شکل بنی ہو اسکا ایک ضلع خارج
کیا جائے تو زاویہ خارجہ برابر ہوگا مقابل کے زاویہ داخلہ کے

شکل ۳۵ ۱۔ ظاہر ہو کہ جو دو قطعے ایک ساتھ ہوں اور میں جس نقطہ میں اترے ہوں گادو چہڑا ہوگا
شکل ۳۶ ۲۔ یہ شکل ضمیمہ اس فرض کا ہے کہ اگر دو دائروں کے نصف قطر برابر ہوں تو وہ دائرے
برابر ہونگے اور محیط اونکے برابر ہونگے

شکل ۳۷ ۳۔ اس شکل کے تینوں بیڑ تین اس ایک صورت سے ثابت ہو سکتی ہیں کہ دو وتر منقطع
کیسے کرتے نقاط تضایف کمزور و تروں پر نکالیں اس جہان یہہ طینکے و بان مرکز دائرہ ہوگا
اس شکل کے دعوے کے اور اس عوم کے ایک ہی معنی ہیں کہ ایک نقطہ ایسا دریافت کرو کہ
اوسکا فاصلہ تین نقاط معلومہ سے جو ایک خط مستقیم میں نہیں ہیں برابر ہیں

شکل ۳۸ ۴۔ چونکہ قطعات متساویہ یک س اور جی ل ت برابر قاعدہ و ن ب س اور
جی ف پر واقع ہیں تو قوس ب ک س برابر ہوگی قوس جی ل ت کو بموجب ۴۴ ش ۴۴ م کے

شکل ۲۶-۲۹ جو خواص و اثرات اس کی ان شکلوں میں ثابت ہوئیں وہ ایک دائرہ کے لئے ہی ثابت ہیں اور اس میں ذکر کیا گیا ہے کہ زاوے مرکزی جو برابر قوسوں پر واقع ہوں برابر ہوتے ہیں

شکل ۳۰ اس شکل کے اثرات ظاہر ہو کہ جو خط مرکز سے کھینچا گیا وہ مرکز کی تضعیف کرتا ہے وہ قوس کی بھی تضعیف کرتا ہے اور جو قوس کی تضعیف کرتا ہے وہ وتر کی بھی تضعیف کرتا ہے

شکل ۳۱ اس شکل سے ایک نتیجہ معلوم ہوتی ہے کہ جس عمود کا خط مستقیم نقطہ معلوم سے جو خط معلوم کی طرف واقع ہو بغیر خارج کر نیلے نکال سکتے ہیں۔ اگر مثلث متساوی الساقین کی ایک ساق قطر دائرہ ہو تو قاعدہ محیط تضعیف ہو گا۔ اور شکل سے یہ بھی ظاہر ہے کہ مثلث قائم الزاویہ کو مرکز کا نقطہ وسط برابر فاصلہ پر مثلث کی تینوں نقاط زاویہ ہوتا ہے۔

شکل ۳۲ اس شکل کا کلیدیس یہ نہیں ثابت کیا کہ اس طرح بننا ہی اور ثابت ہوتا ہے کہ اگر ایک خط مستقیم دائرہ کے ملے اور ملاپ کے نقطہ سے ایک خط مستقیم دائرہ کو قطع کرتا ہو کھینچا جائے اور زاوے ان دو خطوط مستقیم کے درمیان برابر زاویہ قطع متبادلہ کے ہوں تو خط مستقیم کہ دائرہ سے ملتا ہے ماسن دائرہ ہو گا اس واسطی کہ اگر یہ ماسن دائرہ نہ ہو تو نقطہ ملاپ سے ایک ماس نکال لو تو محکم ۳۲ ش ام کے ثابت ہو گا کہ دو خطوط مستقیم ایک تیسرے خط مستقیم کے ایک نقطہ پر ایک جانب میں ایک ہی زاوے پیدا کرتے ہیں اور یہ ناممکن ہے

شکل ۳۳ صوت عام اول ثابت ہوتی اور پھر آواز اسان خاص ترین ثابت ہوتی تو بننا لیکن اقلیدس ہمیشہ اول اسان صوت ثابت کرتا ہے اور بتدریج اس شکل صوت میں ثابت کرتا ہے ہم اقلیدس کی ترکیب کے برعکس اس طرح ثابت کرتے ہیں کہ ۳ ش ۳ م کی آخر صوت میز جس طرح شکل بنائی ہے اس طرح بناؤ ملاؤ ف ۱ اور ف ۲ اور ف ۳ عمود اس پر نکالو اور ف ۴ عمود ب ۲ پر تو محکم (۳ ش ۲ م) کی سطح لائی اور می س کی مع می کو مربع کے برابر ہے لاک کے مربع کے ان مساویوں پر مربع ف ۳ کا زیادہ کرو تو سطح

اُسی اور یس کی سطح مربعوں کی ک اور ف ک برابر ہوگا ک اور ف ک کو مربعوں کے لیکن مثلث
 ی ک اور ف ک برابر ہیں ی ف کو مربع کے تو مربعات ک اور ف ک برابر ہوئے مربع ف ک کے
 نو اسے ثابت ہوا کہ سطح اُسی اور یس کی سطح ی ف کے برابر مربع ف ک کے اور سطح
 ثابت ہو سکتا ہے کہ سطح ی اور ی د کی سطح ی ف کے برابر ہے مربع ف ک کے اور مربع ف د
 برابر ہے مربع ف ک کے تو سطح اُسی اور یس کی سطح ی ف کے برابر ہے سطح ی اور
 ی د کے مربع ی ف کے ان مساویوں سے مربع ی ف کا باقیہ کرو تو سطح اُسی اور یس کی
 برابر ہوئی سطح ی اور ی د کو اور آسان صورتیں اس سے آسانی مستنبط ہو سکتی ہیں۔
 اس کا عکس ثابت نہیں کیا یعنی اگر دو خطوط تقسیم سطح تقاطع کریں کہ ایک خط مستقیم
 حصوں کی سطح برابر ہو دوسرے خط مستقیم حصوں کی سطح کے تو دونوں حصوں کے اطراف پر دائرہ گذرنا ہوا
 کچھ سکتا ہے یا اس مطلب کے سطح ادا کرو کہ ذرا بقعہ الاضلاع کے ذرا ایک دوسرے کو سطح قطع کریں
 کہ ایک دوسرے کے حصوں کی سطح برابر ہو دوسرے وتر کے حصوں کی سطح کے تو دونوں ذرا بقعہ الاضلاع
 پر دائرہ بن سکتا ہے۔ اس کا ثبوت بھی دشوار ہے مہم پر موقوف ہے۔

شکل ۴ اس شکل کے نتیجہ کا عکس اس طرح بیان ہوتا ہے کہ اگر دو خطوط تقسیم ہوں اور وہ خارج
 ہوں سطح ملنے ہوں کہ سطح خط مدودہ کی و یک خط مدودہ میں برابر ہو دوسرے خط خارج شدہ کے
 سطح کو اس کے حد خارجہ میں نو دائرہ ان دو خطوں کے اطراف پر گذرنا ہوا کچھ سکتا ہے یا اس مطلب کے
 سطح ادا کرو کہ اگر ایک ذرا بقعہ الاضلاع کے دو ضلع خارج ہو کر اس سطح ملنے ہوں کہ ایک ضلع
 مدودہ کی سطح مدودہ میں برابر ہو دوسرے ضلع مدودہ کی سطح کو حصہ مدودہ میں تو اس
 ذرا بقعہ الاضلاع پر دائرہ بن سکتا ہے

شکل ۵ اگر ا ح د م کے حاشیہ کا حکم لگائیں تو ثبوت اس شکل کا مختصر ہو جائے گا
 اس واسطے کہ اگر ب م دائرہ سے نقطہ پر ملتا ہو اور اس کو م س دسی نقطہ پر نہیں کرتا تو
 چاہئے کہ خارج ہو کر دائرہ کو دو نقطوں پر قطع کرے تو محال لازم آئیگا

یہ بات بھی قابل یاد رکھنے کو ہے کہ مقالہ اول کی ۸ مہمیں اور مقالہ سوم ۷ مہمیں
عکس دعوئی کو برہان خلف سے نہیں ثابت کیا

سوالات مقالہ سوم

- (۱) نصف قطر اور قوس اور محیط اور وتر اور خط قاطع دائرہ کی تعریف بحث کرو
- (۲) قطعوں و قطع کی صورت میں کیا فرق ہے کوئی صورت ایسی بھی گروں نہ قطع اور قطع کی ایک ہی شکل ہو
- (۳) دو دائرے متساوی کیا بن سکتے ہیں۔ دائرہ معلوم سے کیا مراد ہوتی ہے اور مقام اور مقدار دائرہ کے معلوم ہونیکے لئے کتنے نقطوں کا دریافت ہونا ضروری ہے
- (۴) قطعات متشابه کسی کتنے ہیں اور ان کی دس کی جن شکلوں میں اس حد و کام کا کام پڑا ہے
اونکے دعوے بیان کرو اور بتاؤ اوسکے معنی غیر محدود لئے کئے یا محدود
- (۵) ہر ایک دائرہ ایک خط مستقیم پر یا دوسرے دائرہ کی دو نقطوں پر قطع ہوتا ہے
- (۶) خطوط متساوی الابعاد مرکز سے کب کمال تھے ہیں
- (۷) اس ۲ م کے ثبوت بخلاف کی ضرورت کیوں ہوئی
- (۸) کسی خط مستقیم کو تضعیف نہ کرو اور مرکز دائرہ دریافت کرو
- (۹) اگر دو مساوی دائروں میں ایک دائرہ کا محیط دوسرے دائرہ مرکز میں گزرے تو ثابت کرو
کہ ان دائروں کے دو حصے جو ایک دوسرے کے محیط سے باہر ہیں آپس میں برابر ہونگے
- (۱۰) اگر ایک خط مستقیم مرکز سے گزر کر دوسرے خط مستقیم کو دائرہ کے اندر تضعیف کرے تو وہ
اوسکے قلم سے زاویوں پر تضعیف کریگا کوئی صوت مشنشن دعویٰ کی بتاؤ اور ثابت کرو کہ
اگر ایک خط مستقیم قطعہ دائرہ کی قوس و قاعدہ کو تضعیف کرے تو وہ مرکز دائرہ پر گزرے گا
- (۱۱) اگر دائرہ کے اندر کوئی نقطہ مقرر کیا جائے اور ایک خط مستقیم اوسے محیط تک پہنچا جائے تو بتاؤ
کتنے خط اوسکے برابر کہیں سکتے ہیں اور جتنے خط کچھ سکتے ہوں اؤنکو کہو
- (۱۲) ایک خط مستقیم دائرہ سے باہر ہے اوسکے اوپر دائرہ کے درمیان نہایت کم فاصلہ دریافت کرو

(۱۳) ثابت کرو کہ دائرہ کا ایک ہی مرکز ہوتا ہے اور ان عام متعارفہ کو ہی بیان کر چسپہ تہا ثبوت کا مدار ہے
(۱۴) اگر ہش ۴۴ میں دو ہی خط مستقیم برابر ہوتے تو بتاؤ دعویٰ کیوں نہیں اس شکل کا درست رہتا ہے
(۱۵) ایک رُہ کا اندر و متوازی وتروں کا طول اٹھ دو چہلہ پنجمہ ہے اور ایک پنجمہ کا نصف دائرہ و یکریاں قطر دائرہ دریافت کرو
(۱۶) ایک رُہ کا قطر دس پنجمہ ہے تو بتاؤ اس کے اندر وتر بڑا ہوگا جس کا طول پانچ پنجمہ ہے یا وہ وتر جس کا بعد مرکز سے چار پنجمہ ہے

(۱۷) ایک دائرہ کے اندر خطوط متساویہ کے نقاط وسط کا مقام النقاط دریافت کرو
(۱۸) (۵ اش ۳۲) میں دائرہ ب سن ح ق کا مرکز سی ہے اور نصف قطر او کا پانچ پنجمہ ہے اور خط سطح کا مرکز سے چار پنجمہ ہے اور بعد خط ب سن کا مرکز تین پنجمہ ہے طول خطوط سطح اور ب سن کا دریافت کرو
(۱۹) اگر وتر قوس کا بارہ پنجمہ ہے اور اس کے در حصے آٹھ پنجمہ اور چار پنجمہ ایک روتر ہے ہوتے ہیں تو بتاؤ اگر اس وتر کے ایک حصہ کا طول دو پنجمہ ہو تو اس کا طول کیا ہوگا

(۲۰) ایک قوس کا وتر پانچ پنجمہ ہے اور اس کے در چند قوس کا وتر آٹھ پنجمہ ہے تو بتاؤ اس کے نصف قطر کا طول کیا ہوگا
(۲۱) ایک رُہ کا قطر ۱۶ پنجمہ ہے اور اس کے ایک قوس کا وتر پانچ پنجمہ تو ہی دائرہ میں در چند قوس کا وتر کیا ہوگا
(۲۲) کب ایک خط کو کہتے ہیں کہ وہ دائرہ کو مس کرتا ہے ؟ حدود سے یہ بات ثابت کرو کہ کوئی خط دائرہ کا مماس کسی نقطہ سے جو دائرہ کے اندر ہونہیں نکل سکتا

(۲۳) ایک خط مستقیم کو ایک نقطہ پر ایک دائرہ سے زیادہ دائرہ مس کر سکتے ہیں ؟
(۲۴) (۵ اش ۳۲) میں ثابت کرو کہ ایک نقطہ سے جو باہر دائرہ سے ہے دو خطوط مستقیم متساوی دائرہ کا مماس نکل سکتے ہیں اور اگر نقطہ محیط دائرہ میں ہو تو صرف ایک ہی خط مماسن رُہ کا نکل سکتا ہے
(۲۵) ایک خط مستقیم معلوم کو ایک نقطہ معلوم پر جو دائرہ مس کرتے ہیں اس کے مرکز کا مقام النقاط دریافت کرو
(۲۶) بغیر مرکز دریافت کر کے دائرہ کا مماس ایک نقطہ سے جو محیط میں ہو کس طرح پہنچ سکتا ہے

(۲۷) ایک دائرہ میں دو وتر معلوم متقاطع علی القوائم بناؤ
(۲۸) (۹ اش ۳۴) بتاؤ کتنی دائریں ایک رُہ کی برابر ایک خط مستقیم کو ایک نقطہ پر کر کے ملنے پہنچ سکتے ہیں

(۲۹) ۲۰ ش ۲ م کا دعویٰ بیان کرو اور نصف دائرہ کی قاعدہ بڑا ہو تو ہی یہ دعویٰ درست یا غلط

اگر صحیح آتا ہے تو اقلیدس کیوں نہیں اسے لکھا

(۳۰) زاویہ مرکزی زاویہ محیطی دو چند ہوتا ہے اسے ثبوت بنا کر کہ نصف دائرہ میں قائمہ ہوتا ہے

(۳۱) ایک ہی قوس جو زاویہ دائرہ کی باہر واقع ہوتا ہے وہ چھوٹا اور جو اندر واقع ہوتا ہے وہ بڑا اس زاویہ مرکزی کے نصف سے ہوتا ہے جو اسے قوس پر واقع ہو

(۳۲) ذرا ربع الاضلاع کو اوپر اور اندر دائرہ بننے کے لئے کیا شرائط ضرور ہیں

(۳۳) دائرہ کو اندر متوازی الاضلاع بننے کی کیا شرائط ضرور ہیں متماثل ان شرائط کی مابقی شرطیں ہو سکتی ہیں کہ جیسے دائرہ کے اوپر متوازی الاضلاع بن سکے

(۳۴) زاویہ فی القطرہ زاویہ علی القطرہ کی تعریف کرو اور ثابت کرو کہ ایک دائرہ کو اندر اس کا مجموعہ برابر ہو گا

(۳۵) ۲۲ ش ۲ م کا عکس ثابت کرو

(۳۶) دائرہ کے دو نقاط معلوم پر گزرتے ہیں ان کے مرکز کا خط مستقیم میں سے ہیں

تعلق نہیں

(۳۷) دائرہ کے دو نقاط معلوم پر گزرتے ہیں ان کے مرکز کا خط مستقیم میں سے ہیں

ہر ایک دائرہ میں برابر ہونے والی قوسیں برابر ہوتی ہیں پس اگر یہ دو کوئی نقطہ مشترک ہیں

ہوں تو وہ نقطہ مشترک وسط پر نہیں ہونا چاہئے اس دعویٰ کو بناؤ کہ کامل ہے یا نہیں

(۳۸) ۳۱ ش ۲ م کا دعویٰ بیان کرو اور ۲ ش ۲ م سے اس کو مستنبط کرو

(۳۹) ایک خط پر جو شائبہ قائم الزاویہ بناؤ جائیں اوکلی راسوں کا مقام نقاط دریافت کرو

(۴۰) سطح سے ایک خط مستقیم پر اس کے ایک طرف کو دیکھو اسکے خارج کر نیچے قائم ہو سکتا ہے

(۴۱) اگر نصف دائرہ میں قائمہ ہو تو ربع دائرہ میں کتنا زاویہ ہو گا

(۴۲) نصف دائرہ کو قوس کے کسی نقطہ پر دو خطوط تقسیم جو قطر کے اطراف میں سلا جائیں ان کو مجموعہ

ہمیشہ مقدار مستقل ہوتی ہے اس قسقل مقدار کو نصف قطر کی رقموں میں بیان کرو

(۴۳) ۳۳ ش ۲ م میں یہ بیان کیا گیا ہے کہ برابر و ترون کی قوسیں برابر ہوتی ہیں بڑے

برابر برے کرو چھوٹی برابر چھوٹے اسکے معنی شکل میں جو کچھ ہوئی ہے بتلاؤ
(۴۵) ایک نقطہ میں اور دو نقطوں میں اور تین نقطوں میں گزرتے ہوئے کتنے دائرہ کھینچ سکتے ہیں

(۴۶) ۳۳ شمس میں قطع میں زاویہ دائرہ قائمہ ہو تو تباؤ اسکول محیط ہو کیا نسبت ہوگی

(۴۷) ۳۵ شمس م کے جو چار مختلف صورتیں ہیں اول کو ایک صورت عام میں ثابت کرو

(۴۸) ۴۲ اور ۳۵ شمس کو معکوس بنا کر اونکے دعوی بیان کرو

(۴۹) اگر ایک دائرہ کمر کر کا مقام بلحاظ ایک نقطہ بیرونی کو معلوم ہو اور فاصلہ اس نقطہ کا محیط سے

۱۰ انچہ دائرہ کا ماس اس نقطہ معلوم سے نکالا گیا ۱۵ انچہ ہو تو تباؤ قطر دائرہ کیا ہوگا

(۵۰) ایک دائرہ باہر ایک نقطہ ہو اور دو خطوط مستقیم کسی چار میں جو محیط محوف پر ختم ہوتے ہیں اور

ایک انچہ میں مرکز گزرا ہو اور دوسرے خط کا حصہ جو محیط دائرہ کو درمیان کے برابر نصف قطر کا ہو تو قطر

دائرہ کا دریافت کرو اس صورت میں کہ محیط محوف تک دون خطوں کا طول برابر اور اس کو ہو

(۵۱) ۳۵ شمس ۳ م کن شکلوں پر موقوف ہو کوئی توسیع اس کی مقالہ سوم میں کی گئی ہے

(۵۲) کن شرائط کا پورا ہونا چاہئے کہ دائرہ چار نقطوں پر گزرے

(۵۳) ۳۵ شمس ۳ م کی ہر صورت کو برابر میں ہندسہ ثابت کرنا کس سبب ضرور سمجھا گیا ہے

باوجودیکہ وہ سب ایک صورت جبریہ تعبیر ہو سکتی ہیں

(۵۴) جن شکلوں کا عکس تقلید کے مقالہ سوم میں نہیں ثابت کیا اول کو بیان کرو اور جو اقلیدس نے

نئی ترکیبیں عکس شکل کے ثابت کرنیکی مقالہ اول و دوم اور سوم میں لکھی ہیں وہیں بیان کرو

(۵۵) ۲ شمس میں محیط دائرہ کو لئے کیا بات باقی ہے کہ جسو دائرہ سے باہر طائر خط مستقیم

معلوم ہوتا ہے کیا کوئی ایسا فرض دائرہ کی تقریب میں داخل ہے

(۵۶) اس مقالہ میں کوئی شکل اندہو جاتی یا ترسیم ہو جاتی اگر وہ میں دائرہ پیدا ہوئی ہے طرہ

اقلیدس کے کتابان کے رابطہ میں کیا رہوں مقالہ کی ۴ حدیں کہہ کر بیان کی ترسیم ہو جاتی +

تمام شد شرح مقالہ سوم

حواشی مقالہ چہارم

جو تہی مقالہ میں چار قسم کی علمی شکلوں کا ذکر ہے دائرہ کو اندر اور اوپر ٹنٹھن اور اوپر ٹنٹھن کا بنانا اور
 ٹنٹھن اور ٹنٹھن کے اندر اور باہر دائرہ کا بنانا یہ شکل قائمہ الزاویہ کو اندر اور باہر اور شکل قائمہ الزاویہ کا
 کا ذکر اقلیدس نے نہیں بیان کیا۔ جس بائچ ضلع کے مستقیم الاضلاع کے اضلاع اور زاوے اسپین برابر
 ہوں اور ٹنٹھن کہتے ہیں اور جس چھ ضلع کے مستقیم الاضلاع کو ضلع اور زاوے اسپین برابر ہوں
 اور ٹنٹھن اور علی ہذا القیاس سب وٹھن وغیرہ میں ایسی شکلوں کا نام کیا الاضلاع ہے اور جب
 ان کے ضلع اسپین برابر ہوں تو ان کو متساوی الاضلاع کہتے ہیں اور جب ان کے زاوے اسپین
 برابر ہوں تو ان میں متساوی الزاویہ کہتے ہیں اور جیسا کہ ضلع ہی اسپین برابر ہو لہٰذا
 زاوے ہی تو ان کو کثیر الاضلاع منظمہ کہتے ہیں

شکل ۱۱ اس شکل کے بناؤ پر پہلے غرض ہوگا کہ خطوط معاصر دائرہ کو جو نقاط آدب و س سے نکالے
 ہیں ان کے باہم ملنے کو نہیں ثابت کیا یہاں ہی اور سطح اور ب جگہ تبدیل ہے اور سپر
 توجہ نہیں کی ان کے ملنے کا ثبوت سطح ہو سکتا ہو کہ آدب ملاؤ

اب چونکہ حکم (۱۱) میں کہراؤ ایک ہم اور کب ہم برابر دو قائمون ہیں اس لیے زاوے ہم اور ہم
 کو دو قائمون سے ہیں اور اس لیے حکم (۱۱) میں کہراؤ ہم اور ہم خارج ہوگا ایک دوسرے کے باہم ملنے اور سطح
 ثابت ہو سکتا ہو کہ اول اور س ل ہی اور س ن اور س ن ہی خارج ہونے سے ملتے ہیں عام
شکل ۱۲ اگر اس شکل کا یہ دعویٰ بنایا جا کہ ایک دائرہ کے چوتھین خطوط مستقیم کو مس کرے تو یہ شکل خاص ہو
 ہو جائیگی۔ اگر مثلث متساوی الاضلاع ہو تو مرکز اس کے دائرہ اندرونی کا مثلث زاویوں کے اسون سے
 برابر فاصلہ ہوگا۔ مثلث متساوی الاضلاع کو اندر اور اوپر جو دائرے بنا دیں ان کا ایک ہی مرکز ہوتا
 ہے اور ایک کا نصف قطر دوسرے کی نصف قطر سے دو چند ہوتا ہے سطح اس شکل میں دائرہ کچا ہے
 اور سطح ایک دائرہ لیا نہیں سکتا ہو کہ وہ مثلث معلوم کا ایک ضلع کو اور دو ضلع محدودہ کو مس کرے یہ نہیں
 خارجی زاویوں کے تصنیف کر جس نقطہ پر خطوط تصنیف کر نیوالے ہیں یہی نقطہ مرکز ہوگا اور باقی ثبوت

بنائے محیط تین چار پانچ چھ وغیرہ برابر حصوں میں تقسیم ہوتا ہے (۲۶ ش ۳) میں ثابت ہوا کہ مساوی دائروں کے اندر متساوی مرکزی زاوے برابر قوسوں پر واقع ہوتے ہیں
 مساوی ایک ہی دائرہ کے اندر وہ محاذی مساوی قوسوں کے ہر دو میں مرکزی زاویوں کی تضیف کر نیسیا اسکے محاذی قوس میں ہی تضیف ہو جائیگی مساوی محاذی چھٹا ٹہنہ میں بارہ وغیرہ برابر حصوں میں محیط دائرہ تقسیم ہو جائیگا۔ اگر ایک ایسا قائمہ ۹۰ درجوں میں تقسیم کیا جائے اور ہر ایک درجہ ۶۰ دقیقوں میں اور ہر ایک دقیقہ ۶۰ ثانیوں میں اور علیٰ ہذا القیاس ۱۸ ٹہنہ حصے کی جائیں تو (نتیجہ ۳۲ ش ۱) کو حکم سے ہر ایک کثیر الاضلاع کے زاویہ اندرونی کی مقدار عددوں میں دریا ہو سکتی ہے۔ فرض کرو کہ ایک کثیر الاضلاع کے ان ضلع میز اور اس کے برابر زاویوں میں ایک زاویہ کی مقدار ط ہر قوس ط مجموعہ تمام داخلہ زاویوں کا ہوگا۔ لیکن تمام داخلی زاوے مع چار قائموں کے اترو قائمے ہوتے ہیں کہ ان کی تعداد ضلعوں کی تعداد سے دو چند ہوتی ہے اگر ک دو قائموں کو تعبیر کرے

$$\therefore \text{ن} ط + ۲ ک = \text{ن} ک$$

اور $\text{ن} ط = \text{ن} ک - ۲ ک = (\text{ن} - ۲) ک$
 $\therefore ط = \frac{(\text{ن} - ۲) ک}{\text{ن}}$ یہ مقدار کثیر الاضلاع منظم کے ایک او بیہ کی ہر ایک ضلع کی تعداد

اب اگر ان کو برابر ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ وغیرہ فرض کریں تو دو قائموں کی رقموں میں مقدار زاویہ کی معلوم ہو جائیگی۔ پروفلسر نی شرح اقلیدس میں لکھتا ہے کہ حکیم فیثاغورث فرمایا اول سن تلو دریافت کیا تھا کہ تین اشکال منظم ایسی ہیں کہ ایک نقطہ کو گردانے کے زاویوں کی ضعاف سطح مستوی میں مل سکتی ہیں کہ ان کے درمیان خلا نہ ہے

اور بیان ہوا کہ ان ضلع کے کثیر الاضلاع کے زاویہ اندرونی کے مقدار دو قائموں کی رقموں میں سطح تعبیر ہوتی ہے کہ $ط = \frac{(\text{ن} - ۲) ک}{\text{ن}}$

فرض کرو کہ ط میں ضلع کی شکل منظم کے ایک او بیہ اندرونی کی مقدار کو تعبیر کرتا ہے تو اس صورت میں $\text{ن} = ۳$ تو $ط = \frac{۳ - ۲}{۳} ک = \frac{۱}{۳} ک$ ایک تہائی دو قائموں کی
 اور $\text{ط} = \frac{۳}{۳} ک = ک$
 اور $\text{ط} = \frac{۶}{۶} ک = ک$

یعنی چہرہ زاوے حسین کے ہر ایک برابر مثلث متساوی الاضلاع کے ایک زاویہ اندرونی کے ہو مگر برابر چار قانون کے ہوتی ہیں ہوا سطحی چہرہ مثلث متساوی الاضلاع ایک نقطہ کے گرد سطح مل سکتی ہے کہ دون کے درمیان کچھ جگہ خالی نہ رہے۔ سطح ثابت ہو سکتا ہے کہ چار مربع اور تین مستطیل ایک نقطہ کے گرد سطح مل سکتے ہیں کہ اون کے درمیان کچھ جگہ خالی نہ رہے دائرہ کے اندر اور باہر جو اشکال منتظم بن سکتی ہیں اون میں سیڑیوں نامیوں کو معلوم تھا کہ مثلث اور مربع اور محسن اور مسدس اور چوبیس کھینچنے سے متفرع ہوں دائرہ کے اندر اور باہر بن سکتی ہیں +

مستر گاس نے اپنی ایک کتاب میں لکھا ہے کہ خطوط مستقیم اور دائرہ کی استعانت سے وہ کثیر الاضلاع میں دائرہ کے اندر اور باہر بن سکتی ہے چنانچہ اضلاع کی تعداد $2n + 1$ ہو بشرطیکہ n ایسا عدد ہو کہ سوار ایک کے کسی پر تقسیم ہوتا ہو

اس سوال کے دہل ہند سے ایک متر و ضلع کے کثیر الاضلاع منتظم دائرہ کے اندر بناؤ یعنی اس صورت میں کہ $n = 2$ کے ہو اور سکوٹروری حصہ نے بہت تطویل کے ساتھ لکھا ہے اور سکو کسی موقع پر لکھینگے

سوالات مقالہ چہارم

(۱) اس مقالہ کا مطلب عظم کیا ہے۔ (۲) اس مقالہ کی شکل اول کی کس خیال سے ضرورت پڑی

(۳) مستقیم الاضلاع کے اندر اور باہر دائرہ بننے کے کیا معنی ہیں

(۴) ثابت کرو کہ ایک معین پر دائرہ نہیں کھینچ سکتا

(۵) کیا ایک مستقیم الاضلاع کو دوسرے مستقیم الاضلاع کے اندر اور باہر بنی ہوئی کہتے ہیں

(۶) شکل چہارم کی یہ صورت ثابت کرو کہ ایک انرہ مثلث کے ایک ضلع اور دوسرے ضلع محدودہ کو جس کے

(۷) ایک مثلث کے اضلاع ۵ اور ۶ اور ۷ پیمانہ واحد ہیں تو اس کی دائرہ اندرونی اور بیرونی کا

نصف قطر دریافت کرو

(۸) مثلثوں کے اندر اور باہر دائرہ جو بنائے جائیں اون کے مرکز دریافت کرنے کی ترکیب بتاؤ اور

- اور کس مثلث میں یہ دو زاوے مطبق ہوتے ہیں وہ بھی بتلاؤ
- (۹) کس طرح یہ ثابت ہوتا ہے کہ مثلث متساوی الاضلاع کے اوپر جو دائرہ بنتا ہے اس کا نصف قطر دو چند اس دائرہ کے نصف قطر سے ہوتا ہے جو اس کے اندر بنایا جائے
- (۱۰) ایک نئی دائرہ کے اندر اور اوپر مثلث متساوی الاضلاع بنایا جائے تو اوپر کا مثلث متساوی الاضلاع دو چند اندر کے مثلث متساوی الاضلاع سے ہوگا
- (۱۱) اگر مثلث متساوی الاضلاع کے اندر دائرہ بنایا جائے تو جو نقاط تماس میں خطوط ملائے مثلث پیدا ہوگا وہ مثلث متساوی الاضلاع ہوگا
- (۱۲) ایک ہی دائرہ کے اندر اور اوپر جو مربع بنائے جائے گا اس میں کیا نسبت ہوتی ہے
- (۱۳) (۲۲ ش ۳) میں جب سطح دو اربعۃ الاضلاع کے مقابل کے دو وزاوں کا برابر دو قائمون کے ہونا ثابت کیا ہے اس سطح اور زوج اضلاع کے کثیر الاضلاعوں میں جو دائرہ کے اندر بنی ہو ہوں تب اوپر کے مقابل کے دو وزاوے کسے برابر ہوں گے
- (۱۴) دائرہ کے اندر جو مثلث کھینچیں تین قطعے قطع ہوتے ہیں تو ان کے زاوے ملکر برابر چار قائمون کے ثابت کرو
- (۱۵) تین ربع دائروں کی تثلث کرو اور ثابت کرو جو ربع محیط کے برابر قوس ہو
- تو جہان حصہ دو سکا تین برابر حصوں میں تقسیم ہو جائیگا انہرطیکہ م اور ن صحیح عدد ہوں
- (۱۶) اگر دائرہ کے اندر ایک ذوالربعۃ الاضلاع بنی ہوئی ہو اور اس کا ایک ضلع خارج کیا جائے تو زاویہ خارجہ برابر مقابل کے زاویہ داخلہ کے ہوتا ہے تو بتاؤ کہ یہ بات زوج اضلاع کی کثیر الاضلاعوں میں جو دائرہ کے اندر بنتی ہیں ہوتی ہے یا نہیں
- (۱۷) کس متوازی الاضلاع کے اندر دائرہ بن سکتا ہے
- (۱۸) دائرہ کے اندر محض بننا کس شکل علی پر مشروط ہے
- (۱۹) ۱۰ ش ۴ میں ثابت کرو کہ دو مثلث موافق شرط سوال ایک ہی شکل میں بن سکتی ہیں

(۲۰) ۱۰ ش ۴ م میں ثابت کرو کہ \angle ضلع مشترک وجود دائرہ کا ان میں بنایا جائے اور ضلع محض ہے جو دائرہ خود میں بنایا جائے

(۲۱) ۳ ش ۴ م میں ماسون کا باہم لمبا نہیں ثابت کیا اور کو ملنے کو کسطح ثابت کر سکتے ہیں

(۲۲) ۲۰ ش ۴ م میں شکل مقالہ چہارم کی شکل میں اگر دائرہ کے نقاط تقاطع اور اس میں خطوط

وصل کریں تو ایک اور مثلث برابر اور متساوی الزوا یا پہلے مثلث کا بن جائیگا اساقین

(۲۳) ایک زاویہ قائمہ کو پانچ برابر حصوں میں تقسیم کرو ایک قاعدہ معلوم ہر ایک ایسا مثلث بناؤ

کسطح بن سکتا ہے کہ اس کا ہر ایک زاویہ قاعدہ کا سببند زاویہ اس میں ہو

(۲۴) ۱۰ ش ۴ م کی شہادت ہو کون کو کسی کثیر الاضلاع منظم دائرہ کے اندر کبچ سکتی ہیں

(۲۵) ۱۰ ش ۴ م میں جو مثلث بناؤ اس کی قاعدہ کے اطراف اور دائرہ کے دوسرے نقطہ تقاطع میں

خطوط وصل کریں تو ان خطوط کے مابین کا تفاوت برابر ہوگا مثلث کی ایک اساق کے مابین

(۲۶) شکل منظم کی تعریف قلید سے کیا لکھی ہے اگر ایک محس کے متبادلہ زاویوں میں خطوط وصل

کے مابین تو جو شکل بناو گی وہی پیدا ہوگی اور یہ تعریف محس منظم کی صادق آتی ہے یا نہیں ؟

(۲۷) دائرہ کے اندر جو محس منظم بنایا جائے اس کا ایک زاویہ برابر دو قائمہوں کے جن میں سے ایک ثابت کر

(۲۸) اگر ایک محس منظم کے دو ضلع جو متصل کے خارج کمر جائیں تو جس نقطہ پر وہ ملے گی وہ ان متباد

زاویہ مقدار کا پیدا ہوگا۔

(۲۹) دائرہ میں محس بناؤ کی کوئی اور سیدھی ترکیب سوا اقلیدس کے ترکیب کے ہے ؟

(۳۰) دائرہ کے اوپر مسدس متساوی الاضلاع اور متساوی الزوا یا بناؤ کی ترکیب کیا ہے ؟

(۳۱) مسدس منظم پر کس معنی کو متوازی الاضلاع ہونیکا اطلاق ہوتا ہے اور یہ اطلاق اور زوج

اضلاع کے کثیر الاضلاع منظم پر ہو سکتا ہے ؟

(۳۲) مثلث متساوی الاضلاع کے دائرہ کے اندر بناؤ کی ترکیبیں نہیں اقلیدس کے لکھی ہیں

ضرورت ۱۰ ش ۴ م میں بڑی ہے اسلئے بیشتر اس شکل سے اسکا بنانا چاہئے تھا ؟

(۳۳) ثابت کرو کہ مسدس کے اول و رسوم اور پنجم زاویوں میں دائرہ کے اندر خطوط وصل کیلئے سے ایک مثلث متساوی الاضلاع پیدا ہوتا ہے

(۳۴) اگر مسدس کے اضلاع خارج ہو کر باہم ملائے جائیں تو ملاپ کے نقطہ پر سب اوئے ملکر برابر چار قائمون کے پیدا ہوں گے

(۳۵) ایک ہی دائرہ کے اندر جو مسدس و مثلث متساوی الاضلاع بنا لئے جائیں تو اوئے سے مثلث کا رقبہ مسدس سے دو چندان ہوگا

(۳۶) اگر ایک مثلث متساوی الاضلاع کا ایک ضلع ۶ انچہ کا ہو تو اوئے کے اندر کردائرہ کا نصف قطر کیا ہوگا
(۳۷) ایک دائرہ کا قطر ۱۲ انچہ کا تو اوئے کے اندر مسدس کا رقبہ دریافت کرو اور بتاؤ دائرہ کے اندر دینی اور بیرونی مسدسوں میں کیا فرق ہوتا ہے

(۳۸) ایک دائرہ کا نصف قطر احدی تو بتاؤ اوئے کے اندر فرق مربع اور مسدس منظم کے ضلعوں کا
(۳۹) دائرہ کا مسدس منظم اندر دینی بیرونی مسدس منظم کی تین چوتھائی ہوتا ہے

(۴۰) اگر ۴۳ م کی شکل کو ماہرین تو بتاؤ دائرہ کے اندر منہن منظم کس طرح بن سکتا ہے
(۴۱) مسدس منظم ۶ تینوں ترجو ایک نقطہ پر ملتے ہوں اور کمربون کا مجموعہ دگنسا ایک ضلع کو راجع ہوتا ہو

(۴۲) ایک منہن کو داخلی زاوئے برابر بارہ قائمون کے ہوتے ہیں
(۴۳) ایک منہن منظم کے اضلاع علی التبادل کو خارج کریں تو بتاؤ کونسی شکل پیدا ہوگی

(۴۴) جس منہن منظم کا ایک ضلع آٹھ انچہ کا ہو اور سکا رقبہ کیا ہوگا
(۴۵) اگر منہن غیر منظم دائرہ کو اوپر بنی کی قابلیت کہتی ہو تو ثابت کرو کہ اوئے کے بتاؤ زاوئے مجموعی ۱۰۴۵ ہیں برابر ہوں

(۴۶) ایک من ضلع کی کثیر الاضلاع منظم دائرہ کو اندر بنی ہوئی ہے تو اوئے کے ایک اوئے کے مقدار کے لئے صورت جبریہ بیان کرو

(۴۷) ایسی کونسی تین اشکال منظم ہیں جو سطح مستوی کو بالکل احاطہ کرتے ہیں اور یہ ہمہ تن ثابت کرو گے

ان میں شکلوں کو کوئی اور شکل نہیں جو ایک نقطہ کو گرد و ملا حجبہ بالکل خالی نہیں چھوڑتیں
(۴۸) ہندسہ میں زاویہ قائمہ کتنے برابر حصوں میں تقسیم ہو سکتا ہے۔ اور ہر ہاتھ کیا تعلق ہے
اس بات سے کہ دائرہ کے اندر کتنی اشکال منظمہ کا کھینچنا ممکن ہے
(۴۹) مقالہ چہارم کے سب شکلوں کے ثبوت کو بیان کرو اور پھر ثابت کرو کہ اشکال متساوی الاضلاع
اضلاع ۳، ۴، ۵، ۶ اور ۷، ۸، ۹ اور ۱۰ ہوں دائرہ کو اندر کھینچ سکتے ہیں جب ان کو کوئی
عدد ان اعداد ۱۰، ۹، ۸، ۷، ۶، ۵، ۴، ۳ وغیرہ میں سے ہو

(۵۰) دائرہ کا محیط جو بیس حصوں میں فقط ہر کار کے بیرون سے کس طرح تقسیم ہوتا ہے
(۵۱) ثابت کرو کہ دائرہ کے اندر جو شکل مستقیم الاضلاع متساوی الاضلاع ہوگی وہ متساوی الزوا
ہی ہوگی اور یہ متبادلاً کہ ہر کا عکس ہی صحیح ہے یا نہیں
(۵۲) دائرہ کے ان ضلعے کو کثیر الاضلاع منظم کا رقبہ بن گنا اس مثلث کو رقبہ ہو جوتا ہے جس کا
قاعدہ اس کثیر الاضلاع کا ایک ضلع ہے اور ارتفاع اس کا برابر نصف قطر دائرہ کے ہے
(۵۳) اگر کثیر الاضلاع منظم کے تین زاویوں پر ایک ایسے گزری تو وہ ضرور باقی زاویوں پر گزرے گا
(۵۴) متساویہ کثیر الاضلاع میں ہمیشہ متساوی الزوا یا ہوتی ہیں اور متبادلاً ہر کا عکس ہی صحیح ہے
(۵۵) دائرہ کے اندر اشکال منظم کو کھینچنے کے لئے اضلاع کی تعداد کی حدین علم ہندسہ میں کیا مقرر ہوئی ہیں
(۵۶) دائرہ کو اندر گیارہ ضلعے کی شکل متساوی الاضلاع اور متساوی الزوا یا کھینچنے کے لئے کیا قیتمین علم
ہندسہ میں واقع ہوئی ہیں اور کس واسطے ہم یہ کہا کرتے ہیں کہ اس سوال کا حل کرنا علم ہندسہ کی قدر
سے باہر ہے اور یہ متبادلاً کہ کس حد تک یہ سب مشکل ہے کہ اس سوال کا حل کرنا علم ہندسہ سے
ناممکن ثابت کریں

تمام شد
شرح مقالہ چہارم

